

Teacher's Manual

**बौद्धिक
गणित**

कक्षा-8

लेखक :
अजय जैन

Vidyalaya Prakashan

An ISO 9001 : 2008 Certified Company
(Publishers of Quality Educational Books)

रूपरेखा

1.	परिमेय संख्याएँ	3
2.	घातांक	23
3.	वर्ग और वर्गमूल	30
4.	घन और घनमूल	53
5.	बीजीय व्यंजक और विशेष गुणनफल	63
6.	बीजीय व्यंजकों का गुणनखंड	96
7.	एक चर वाले रैखिक समीकरण	108
8.	प्रतिशतता और इसके प्रयोग	123
9.	चक्रवृद्धि ब्याज	138
10.	अनुक्रमानुपाती तथा व्युत्क्रमानुपाती विचरण	159
11.	समय और कार्य	167
12.	चतुर्भुज	175
13.	विशेष प्रकार के चतुर्भुज	178
14.	चतुर्भुजों की रचना	186
15.	ठोस आकृतियाँ	199
16.	एक समलंब और एक बहुभुज का क्षेत्रफल	201
17.	ठोस वस्तुओं का आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल	210
18.	आँकड़ों का प्रबंधन	215
19.	आँकड़ों का चित्रात्मक निरूपण	219
20.	प्रायिकता	221
21.	ग्राफ (रेखाचित्र) का परिचय	223

Vidyalaya Prakashan

An ISO 9001 : 2008 Certified Company
(Publishers of Quality Educational Books)

Sales Office

C-24, Jwala Nagar, Transport Nagar, Meerut-250002
Ph. : 0121-2400630, 8899271392

Head Office

A-102 Chander Vihar, Delhi-110092
e-mail : vidyalayaprakashan@yahoo.in

1. निम्नलिखित प्रत्येक परिमेय संख्याओं के समतुल्य तीन परिमेय संख्याएँ लिखिए-

$$(a) \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}, \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}, \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{12}{16}$$

$$\text{उत्तर} - \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}$$

$$(b) \frac{-5 \times 2}{7 \times 2} = \frac{-10}{14}, \frac{-5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{-15}{21}, \frac{-5 \times 4}{7 \times 4} = \frac{-20}{28}$$

$$\text{उत्तर} - \frac{10}{14}, \frac{-15}{21}, \frac{-20}{28}$$

$$(c) \frac{8 \times 2}{-9 \times 2} = \frac{16}{-18}, \frac{8 \times 3}{-9 \times 3} = \frac{24}{-27}, \frac{8 \times 4}{-9 \times 4} = \frac{32}{-36}$$

$$\text{उत्तर} - \frac{16}{-18}, \frac{24}{-27}, \frac{32}{-36}$$

$$(d) \frac{-11 \times 2}{12 \times 2} = \frac{-22}{24}, \frac{-11 \times 3}{12 \times 3} = \frac{-33}{36}, \frac{-11 \times 4}{12 \times 4} = \frac{-44}{48}$$

$$\text{उत्तर} : \frac{-22}{24}, \frac{-33}{36}, \frac{-44}{48}$$

$$2. \frac{21 \times -3}{-8 \times -3} = \frac{-63}{24}$$

$$3. \frac{-28 \div -7}{84 \div -7} = \frac{4}{-12}$$

4. निम्नलिखित परिमेय संख्याओं को जोड़िए-

$$(a) \frac{3}{5} + \frac{1}{5}$$

$$\frac{3+1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$(b) \frac{-8}{11} + \frac{-4}{11}$$

$$\frac{-8-4}{11} = \frac{-12}{11}$$

$$(c) \frac{6}{13} + \frac{-5}{13}$$

$$\frac{6-5}{13} = \frac{1}{13}$$

5. निम्नलिखित परिमेय संख्याओं को जोड़िए-

(a) $-\frac{1}{6} + \frac{3}{10}$

6 व 10 का ल0स0 लेने पर

2	6, 10
3	3, 5
5	1, 5
	1, 1

$$\text{ल0स0} = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

(b) $\frac{-5}{16} + \frac{-7}{24}$

16 व 24 का ल0स0 लेने पर

2	16, 24
2	8, 12
2	4, 6
2	2, 3
3	1, 3
	1, 1

$$\begin{aligned} \text{ल0स0} &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ &= 48 \end{aligned}$$

अब $-\frac{1}{6} + \frac{3}{10}$

$$\frac{-5+9}{30} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$$

अब $-\frac{5}{16} + \frac{-7}{24}$

$$\frac{-15-14}{48} = \frac{-29}{48}$$

(c) $3\frac{3}{4} + 4\frac{1}{3}$

$$\frac{15}{4} + \frac{13}{3}$$

4 व 3 का ल0स0 लेने पर

2	4, 3
2	2, 3
3	1, 3
	1, 1

$$\text{ल0स0} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$\frac{15}{4} + \frac{13}{3}$$

$$\frac{45+52}{12} = \frac{97}{12} = 8\frac{1}{12}$$

6. सरलीकरण कीजिए-

$$(a) \frac{13}{14} + \frac{9}{-7}$$

14 व 7 का ल0स0 लेने पर

$$\begin{array}{r|l} 4 & 14, 7 \\ \hline 7 & 7, 7 \\ \hline & 1, 1 \end{array}$$

$$\text{ल0स0} = 2 \times 7 = 14$$

$$\text{अब } \frac{13}{14} + \frac{9}{-7}$$

$$\frac{13 - 18}{14} = \frac{-5}{14}$$

$$(c) \frac{-16}{9} + \frac{-5}{12}$$

9 व 12 का ल0स0 लेने पर

$$\begin{array}{r|l} 2 & 9, 12 \\ \hline 2 & 9, 6 \\ \hline 3 & 9, 3 \\ \hline 3 & 3, 1 \\ \hline & 1, 1 \end{array}$$

$$\text{ल0स0} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

$$\text{अब } \frac{-16}{9} + \frac{-5}{12}$$
$$\frac{-64 - 15}{36} = \frac{-79}{36}$$

$$\text{उत्तर : } \frac{-79}{36}$$

$$(e) 0 + \frac{-3}{5}$$

$$\frac{0 - 3}{5} = \frac{-3}{5}$$

$$(b) \frac{6}{15} + \frac{-7}{24}$$

15 व 24 का ल0स0 लेने पर

$$\begin{array}{r|l} 2 & 15, 24 \\ \hline 2 & 15, 12 \\ \hline 2 & 15, 6 \\ \hline 3 & 15, 3 \\ \hline 5 & 5, 1 \\ \hline & 1, 1 \end{array}$$

$$\text{ल0स0} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$$

$$\frac{6}{15} + \frac{-7}{24}$$

$$\frac{48 - 35}{120} = \frac{13}{120}$$

$$(d) \frac{7}{9} + \frac{3}{-4}$$

9 व 4 का ल0स0 लेने पर

$$\begin{array}{r|l} 2 & 9, 4 \\ \hline 2 & 9, 2 \\ \hline 3 & 9, 1 \\ \hline 3 & 3, 1 \\ \hline & 1, 1 \end{array}$$

$$\text{ल0स0} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

$$\text{अब } = \frac{28 - 27}{36}$$
$$= \frac{1}{36} \text{ उत्तर}$$

$$(f) \frac{-2}{3} + 1 \frac{5}{6} + \frac{-3}{2}$$

$$\frac{-2}{3} + \frac{11}{6} - \frac{3}{2}$$

$$\frac{-4 + 11 - 9}{6} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$$

7. निम्नलिखित में प्रत्येक का योगात्मक प्रतिलोम लिखिए-

(a) $\frac{-3}{5}$

(b) $\frac{-17}{9}$

(c) $\frac{3}{11}$

(d) $\frac{8}{29}$

(e) 0

(f) $\frac{-11}{21}$

8. उचित प्रकार से व्यवस्थित कीजिए और निम्नलिखित में से प्रत्येक का जोड़ ज्ञात कीजिए-

(a) $\frac{2}{3} + \frac{-3}{5} + \frac{1}{3} + \frac{2}{5}$

(b) $\frac{3}{5} + \frac{5}{3} + \frac{-11}{5} + \frac{-2}{3}$

3, 5 का ल0स0 = 15 लेने पर

अब, $\frac{2}{3} - \frac{3}{5} + \frac{1}{3} + \frac{2}{5}$

$$\frac{10 - 9 + 5 + 6}{15}$$

$$= \frac{12}{15} = \frac{4}{5} \text{ उत्तर}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{11}{5} + \frac{5}{3} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{-8}{5} + 1$$

$$\frac{-8 + 5}{5} = \frac{-3}{5}$$

उत्तर

(c) $\frac{4}{3} + \frac{3}{5} + \frac{-2}{3} + \frac{-11}{5}$

$$= \frac{4}{3} - \frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{11}{5}$$

$$= \frac{2}{3} - \frac{8}{5}$$

$$= \frac{10 - 24}{15} = \frac{-14}{15}$$

(d) $\frac{3}{5} + \frac{7}{3} + \frac{9}{5} + \frac{-13}{15} + \frac{-7}{3}$

$$= \frac{3}{5} + \frac{9}{5} + \frac{7}{3} - \frac{7}{3} - \frac{13}{15}$$

$$= \frac{12}{5} - \frac{13}{15}$$

$$= \frac{36 - 13}{15} = \frac{23}{15} = 1 \frac{8}{15}$$

(e) $\frac{5}{3} + \frac{11}{2} + \frac{-9}{4} + \frac{-8}{3} + \frac{-7}{2}$

$$\frac{5}{3} - \frac{8}{3} + \frac{11}{2} - \frac{7}{2} - \frac{9}{4}$$

$$\frac{-3}{3} + \frac{4}{2} - \frac{9}{4}$$

$$\begin{aligned}
&= -1 + 2 - \frac{9}{4} \\
&= 1 - \frac{9}{4} \\
&= \frac{4-9}{4} = \frac{-5}{4} = -1\frac{1}{4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(f)} \quad &\frac{-3}{10} + \frac{7}{15} + \frac{3}{-20} + \frac{-9}{10} + \frac{13}{15} + \frac{-13}{20} \\
&\frac{-3}{10} - \frac{9}{10} + \frac{7}{15} + \frac{13}{15} - \frac{3}{20} - \frac{13}{20} \\
&\frac{-12}{10} + \frac{20}{15} - \frac{16}{20}
\end{aligned}$$

10, 15 व 20 का ल0स0 लेने पर

2	10, 15, 20
2	5, 15, 10
5	5, 15, 5
3	1, 3, 1
	1, 1, 1

$$\text{ल0स0} = 2 \times 2 \times 5 \times 3 = 60$$

$$\begin{aligned}
\text{अब } &\frac{-12}{10} + \frac{20}{15} - \frac{16}{20} \\
&= \frac{-72 + 80 - 48}{60} \\
&= -\frac{120 + 80}{60} \\
&= \frac{-40}{60} = -\frac{2}{3}
\end{aligned}$$

अभ्यास 1-B

1. घटाइए-

$$\text{(a)} \quad \frac{7}{8} - \frac{2}{3}$$

$$\text{(b)} \quad \frac{-3}{7} - \left(\frac{-5}{9}\right)$$

$$3 \text{ व } 8 \text{ का ल0स0 लेने पर} \quad = \frac{-3}{7} + \frac{5}{9} \text{ (7 व 9 का ल.स. लेने पर)}$$

$$\begin{array}{c|cc} 2 & 8, & 3 \\ \hline 2 & 4, & 3 \\ \hline 2 & 2, & 3 \\ \hline 3 & 1, & 3 \\ \hline & 1, & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{ल०स०} &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ &= 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{अब } \frac{7}{8} - \frac{2}{3} & \\ \frac{21 - 16}{24} &= \frac{5}{24} \end{aligned}$$

$$(c) \frac{5}{6} - \frac{3}{4}$$

6 व 4 का ल०स० 12 लेने पर

$$\begin{aligned} \text{अब } \frac{5}{6} - \frac{3}{4} & \\ \frac{10 - 9}{12} & \\ &= \frac{1}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c|cc} 7 & 7, & 9 \\ \hline 9 & 1, & 9 \\ \hline & 1, & 1 \end{array}$$

$$\text{ल०स०} = 7 \times 9 = 63$$

$$\begin{aligned} \frac{-3}{7} + \frac{5}{9} & \\ \frac{-27 + 35}{63} &= \frac{8}{63} \end{aligned}$$

$$(d) \frac{-5}{7} - \left(\frac{-3}{8} \right)$$

$$= \frac{-5}{7} + \frac{3}{8}$$

7 व 8 का ल०स० 56 लेने पर

$$\begin{aligned} \text{अब } \frac{-5}{7} + \frac{3}{8} & \\ \frac{-40 + 21}{56} &= -\frac{19}{56} \end{aligned}$$

2. निम्नलिखित में से प्रत्येक का मान ज्ञात कीजिए-

$$(a) \frac{3}{5} - \frac{1}{5}$$

$$\begin{aligned} \frac{3 - 1}{5} & \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

$$(b) -\frac{1}{6} - \frac{4}{9}$$

6 व 9 का ल०स० 18 लेने पर

$$\begin{aligned} \text{अब } -\frac{1}{6} - \frac{4}{9} & \\ \frac{-3 - 8}{18} &= \frac{-11}{18} \end{aligned}$$

$$(c) \frac{3}{10} - \left(-\frac{4}{15} \right)$$

$$\frac{3}{10} + \frac{4}{15}$$

10 व 15 का ल०स० 30 लेने पर

$$(d) \frac{4}{5} - \left(\frac{3}{-4} \right)$$

$$\frac{4}{5} + \frac{3}{4}$$

5 व 6 का ल०स० 20 लेने पर

$$\text{अब } \frac{3}{10} + \frac{4}{15}$$

$$\frac{9+8}{30} = \frac{17}{30}$$

$$\frac{4}{5} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{16+15}{20} = \frac{31}{20} = 1 \frac{11}{20}$$

$$3. -3 - \left(-\frac{11}{5}\right)$$

$$= -3 + \frac{11}{5}$$

$$= \frac{-15+11}{5} = \frac{-4}{5}$$

$$4. \frac{-3}{5} - \left(\frac{-9}{20}\right)$$

$$= \frac{-3}{5} + \frac{9}{20}$$

$$= \frac{-12+9}{20} = \frac{-3}{20}$$

$$5. \frac{5}{9} - \left(\frac{-5}{8}\right)$$

$$= \frac{5}{9} + \frac{5}{8}$$

9 व 8 का ल0स0 72 लेने पर

$$= \frac{5}{9} + \frac{5}{8}$$

$$= \frac{40+45}{72} = \frac{85}{72}$$

$$6. \frac{5}{9} - \left(\frac{-4}{7}\right)$$

$$= \frac{5}{9} + \frac{4}{7}$$

9 व 8 का ल0स0 72 लेने पर

$$= \frac{5}{9} + \frac{4}{7}$$

$$= \frac{35+36}{63} = \frac{71}{63}$$

$$7. -2 - \left(\frac{-7}{11}\right)$$

$$\begin{aligned} & -2 + \frac{7}{11} \\ & \frac{-22 + 7}{11} = \frac{-15}{11} \end{aligned}$$

$$8. \frac{5}{6} - \left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$\begin{aligned} & \frac{5}{6} + \frac{2}{4} \\ & \frac{10 + 9}{12} = \frac{19}{12} \end{aligned}$$

9. सरलीकरण कीजिए-

$$(a) \frac{3}{7} + \frac{-6}{11} + \frac{8}{21} + \frac{-5}{22}$$

7, 11, 21 व 22 का ल0स0 लेने पर-

2	7,	11,	21,	22
7	7,	11,	21,	11
3	1,	11,	3,	11
11	1,	11,	1,	11
	1,	1,	1,	1

$$\text{ल0स0} = 2 \times 7 \times 3 \times 11 = 462$$

$$\begin{aligned} \text{अब } & \frac{3}{7} - \frac{6}{11} + \frac{8}{21} - \frac{5}{22} \\ & = \frac{198 - 252 + 176 - 105}{462} \\ & = \frac{374 - 357}{462} = \frac{17}{462} \end{aligned}$$

$$(b) \frac{2}{5} + \frac{8}{3} - \frac{12}{15} + \frac{4}{5} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{6 + 40 - 12 + 12 - 10}{15}$$

$$= \frac{58 - 22}{15}$$

$$= \frac{36}{15}$$

$$= \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

$$\text{उत्तर } \frac{36}{15} \text{ या } 2\frac{2}{5}$$

$$(c) -\frac{7}{4} + \frac{5}{3} + \frac{-5}{6} + \frac{1}{3} + \frac{-1}{2}$$

4, 3, 6 का ल0स0 लेने पर

$$\text{ल0स0} = 12$$

$$\begin{aligned} \text{अब } & -\frac{7}{4} + \frac{5}{3} - \frac{5}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \\ & = \frac{-21 + 20 - 10 + 4 - 6}{12} \end{aligned}$$

$$= \frac{-37 + 24}{12} = \frac{-13}{12}$$

$$(d) \frac{6}{7} - 2 + \frac{-7}{9} + \frac{19}{21}$$

7, 9 व 21 का ल0स0 लेने पर-

3	7, 9, 21
3	7, 3, 7
7	7, 1, 7
	1, 1, 1

$$\text{ल0स0} = 3 \times 3 \times 7 = 63$$

$$\begin{aligned} \text{अब } \frac{6}{7} - 2 - \frac{7}{9} + \frac{19}{21} \\ &= \frac{54 - 126 - 49 + 57}{63} = \frac{-175 + 111}{63} \\ &= \frac{-64}{63} \text{ उत्तर} \end{aligned}$$

अभ्यास 1-C

1. गुणा कीजिए-

$$(a) \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$$

$$(b) \frac{3}{7} \times \frac{-4}{5} = \frac{-12}{35}$$

$$(c) \frac{-5}{9} \times 4 = \frac{-20}{9}$$

$$(d) \frac{-36}{7} \times \frac{-28}{9} = 16$$

2. सरलीकरण कीजिए और परिणाम को एक परिमेय संख्या के मानक रूप में लिखिए-

$$(a) \frac{-8}{7} \times \frac{14}{5} = \frac{-16}{5}$$

$$(b) \frac{13}{6} \times \frac{-18}{91} = \frac{-3}{7}$$

$$(c) \frac{-5}{9} \times \frac{72}{-125} = \frac{8}{25}$$

$$(d) \frac{-22}{9} \times \frac{-51}{-88} = \frac{-17}{12}$$

$$(e) \left(\frac{-16}{5} \times \frac{20}{8} \right) - \left(\frac{15}{5} \times \frac{-35}{3} \right)$$

$$= (-8) - (-35)$$

$$= -8 + 35 = 27$$

$$(f) \left(-\frac{3}{2} \times \frac{4}{5} \right) + \left(\frac{9}{5} \times \frac{-10}{3} \right) - \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \right)$$

$$= \left(\frac{-6}{5} \right) + (-6) - \frac{3}{8}$$

$$= \frac{-6}{5} - 6 - \frac{3}{8}$$

5 व 8 का ल0स0 = 40

$$\text{अब } \frac{-6}{5} - 6 - \frac{3}{8}$$

$$= \frac{-48 - 240 - 15}{40} = \frac{-303}{40}$$

3. निम्नलिखित में से प्रत्येक परिमेय संख्या का व्युत्क्रम लिखिए-

- (a) $\frac{1}{7}$ (b) $\frac{-1}{11}$
- (c) $\frac{5}{2}$ (d) $\frac{-15}{7}$
- (e) $\frac{-12}{5}$

4. निम्नलिखित का व्युत्क्रम या गुणात्मक प्रतिलोम ज्ञात कीजिए-

- (a) $\frac{2}{5} \times \frac{4}{9} = \frac{8}{45}$ (b) $\frac{-3}{8} \times \frac{-7}{13} = \frac{21}{104}$
- व्युत्क्रम गुणात्मक प्रतिलोम व्युत्क्रम गुणात्मक प्रतिलोम
- $= \frac{45}{8}$ $= \frac{104}{-21}$
- (c) $\frac{-5}{8} \times \frac{16}{15} = \frac{-2}{3}$ (d) $\frac{-3}{5}$
- व्युत्क्रम गुणात्मक प्रतिलोम व्युत्क्रम गुणात्मक प्रतिलोम
- $= \frac{-3}{2}$ $= \frac{5}{3}$

5. $x = \frac{-3}{5}$, $y = \frac{7}{8}$ और $z = \frac{-4}{9}$ लेकर, निम्नलिखित को सत्यापित कीजिए-

- (a) $x \times y = y \times x$
- $$\frac{-3}{5} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{8} \times \frac{-3}{5}$$
- $$\frac{-21}{40} = \frac{-21}{40}$$

इसी प्रकार, (b), (c) व (d) को हल करें।

6. योग पर गुणा का वितरण नियम प्रयोग करके सरलीकरण कीजिए-

$$(a) \frac{7}{4} \times \left(\frac{5}{8} + \frac{1}{3} \right)$$

$$(b) \frac{-3}{8} \times \left(\frac{7}{16} - \frac{21}{4} \right)$$

$$\frac{7}{4} \times \frac{5}{8} + \frac{7}{4} \times \frac{1}{3}$$

$$-\frac{3}{8} \times \frac{7}{16} - \frac{-3}{8} \times \frac{21}{4}$$

$$\frac{35}{32} + \frac{7}{12}$$

$$\frac{-21}{128} + \frac{63}{32}$$

32 व 12 का ल0स0 लेने पर

128 व 32 का ल0स0 लेने पर

2	32,	12
2	16,	6
2	8,	3
2	4,	3
2	2,	3
3	1,	3
	1,	1

2	128,	32
2	64,	16
2	32,	8
2	16,	4
2	8,	2
2	4,	1
2	2,	1
	1,	1

$$\text{ल0स0} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \quad \text{ल0स0} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= 96 \quad \times 2 \times 2 = 128$$

$$\text{अब } \frac{35}{32} + \frac{7}{12}$$

$$\frac{105 + 56}{96} = \frac{161}{96}$$

$$\text{अब } \frac{-21}{128} + \frac{63}{32}$$

$$\frac{-21 + 252}{128} = \frac{231}{128}$$

$$(c) \frac{3}{4} \times \frac{8}{9} - 30 \times \frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{90}{4}$$

$$\frac{8 - 270}{12} = \frac{-262}{12} = \frac{-131}{6}$$

7. निम्नलिखित में से प्रत्येक परिमेय संख्या का गुणात्मक प्रतिलोम (व्युत्क्रम) ज्ञात कीजिए-

$$(a) \frac{1}{5}$$

$$(b) \frac{-1}{2}$$

- (c) $\frac{32}{15}$ (d) $\frac{-13}{17}$
 (e) $\frac{-5}{11}$ (f) $\frac{8}{7}$
 (g) $\frac{12}{5}$ (h) $\frac{2}{3}$
 (i) ∞

8. निम्नलिखित कथनों में दिखाए गए गुणा के प्रगुणों के नाम लिखिए-

- (a) गुणात्मक प्रतिलोम का नियम (b) 0 से गुणा
 (c) गुणात्मक पहचान का नियम (d) गुणात्मक प्रतिलोम का नियम
 (e) क्रमविनिमेय (f) भाग पर गुणन का वितरण
 (g) भाग पर गुणन का वितरण

अभ्यास 1-D

1. भाग कीजिए-

- (a) $\frac{5}{9} \div 25$ (b) $\frac{7}{18} \div \frac{-28}{51}$
 या $\frac{5}{9} \times \frac{1}{25} = \frac{1}{45}$ या $\frac{7}{18} \times \frac{51}{-28} = \frac{17}{-24}$
 (c) $\frac{20}{33} \div \frac{4}{-11}$ (d) $\frac{-8}{9} \div \frac{4}{3}$
 या $\frac{20}{33} \times \frac{-11}{4} = \frac{-5}{3}$ या $\frac{-8}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{-2}{3}$
 (e) $\frac{-8}{13} \div \frac{3}{-26}$ (f) $\frac{-24}{50} \div \frac{-4}{75}$
 या $\frac{-8}{13} \times \frac{-26}{3} = \frac{16}{3}$ या $\frac{-24}{50} \times \frac{75}{-4} = 9$

2. मान ज्ञात कीजिए-

- (a) $\left(\frac{5}{18} \div \frac{45}{72}\right) \div \left(\frac{-15}{18}\right)$ (b) $\left(\frac{-5}{23} \div \frac{15}{69}\right) \div \frac{-1}{5}$
 $\left(\frac{5}{18} \times \frac{72}{45}\right) \div \frac{-15}{18}$ $\left(\frac{-5}{23} \times \frac{69}{15}\right) \div \frac{-1}{5}$

$$\frac{4}{9} \div \frac{-15}{18} \qquad \frac{-3}{3} \times \frac{5}{-1} = 5$$

$$\text{या } \frac{4}{9} \times \frac{18}{-15} = \frac{8}{-15}$$

3. पहली संख्या \times दूसरी संख्या = दोनों संख्याओं का गुणनफल

$$-8 \times \text{दूसरी संख्या} = -12$$

$$\therefore \text{दूसरी संख्या} = \frac{-12}{-8} = \frac{3}{2}$$

4. $\frac{1}{17} \div \frac{-7}{85}$

$$\text{या } \frac{1}{17} \times \frac{85}{-7} = \frac{5}{-7}$$

5. $24 \div \frac{-8}{13}$

$$\text{या } 24 \times \frac{13}{-8} = -39$$

6. $\left(\frac{3}{8} + \frac{-5}{12}\right) \div \left(-\frac{15}{8} \times \frac{16}{27}\right)$ का व्युत्क्रम

$$\frac{3}{8} - \frac{5}{12}$$

$$\frac{9-10}{24} = \frac{-1}{24}$$

$$\frac{-15}{8} \times \frac{16}{27} = \frac{-10}{9} \text{ का व्युत्क्रम} = \frac{10}{-9}$$

अब $\frac{-1}{24} \div \frac{10}{-9}$

$$\text{या } \frac{-1}{24} \times \frac{9}{10} = \frac{3}{80}$$

7. $\therefore 12 \frac{3}{5}$ किग्रा आमों का मूल्य = $300 \frac{3}{4}$ रुपए

$$\therefore 1 \text{ किग्रा आमों का मूल्य} = 300 \frac{3}{4} \div 12 \frac{3}{5}$$

$$= \frac{1203}{4} \div \frac{63}{5}$$

$$= \frac{1203}{4} \times \frac{5}{63}$$

$$= \frac{2005}{84} = 23 \frac{73}{84} \text{ रूपए}$$

8. रेलगाड़ी दूरी तय करती है 1 घंटे में = $80 \frac{4}{5}$ किमी

$$\therefore 4 \frac{3}{4} \text{ घंटे में दूरी तय करेगी} = 80 \frac{4}{5} \times 4 \frac{3}{4}$$

$$= \frac{404}{5} \times \frac{19}{4} = \frac{1919}{5}$$

$$= 383 \frac{4}{5} \text{ किमी}$$

9. आयत का क्षेत्रफल = ल० × चौ० = $45 \frac{5}{16}$

$$6 \frac{1}{4} \times \text{चौ०} = 45 \frac{5}{16}$$

$$\therefore \text{चौ० (दूसरा किनारा)} = \frac{45 \frac{5}{16}}{6 \frac{1}{4}}$$

$$= 45 \frac{5}{16} \div 6 \frac{1}{4}$$

$$= \frac{725}{16} \div \frac{25}{4}$$

$$= \frac{725}{16} \times \frac{4}{25}$$

$$= \frac{29}{4} = 7 \frac{1}{4} \text{ सेमी}$$

अभ्यास 1-E

1. -2 और 6 के बीच की एक परिमेय संख्या = ?

$$= \frac{1}{2}(a + b) \begin{cases} a = -2 \\ b = 6 \end{cases}$$

$$= \frac{1}{2}(-2 + 6)$$

$$= \frac{1}{2}(4) = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{उत्तर}$$

2. -2 और 2 के बीच की दो परिमेय संख्याएँ = ?

$$\text{पहली परिमेय संख्या} = \frac{1}{2}(-2 + 2)$$

$$= \frac{1}{2}(0)$$

$$= \frac{1}{2} \times 0$$

$$\text{दूसरी परिमेय संख्या} = \frac{1}{2}(-2 + 0)$$

$$= \frac{1}{2} \times -2$$

$$= -1$$

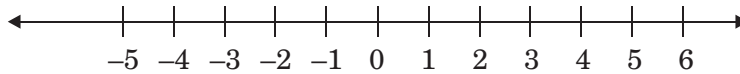
3. $\frac{1}{3}$ और $\frac{1}{4}$ के बीच की परिमेय संख्या = ?

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{4+3}{12} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{7}{12} = \frac{7}{24}$$

4. -2 और 5 के बीच की तीन परिमेय संख्याएँ = ?



तीन परिमेय संख्याएँ = 1, 0, -1

5. $\frac{1}{6}$ और $-\frac{1}{3}$ के बीच की चार परिमेय संख्याएँ ज्ञात करना हैं।

$$\text{पहली परिमेय संख्या} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1+2}{6} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{6} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{4}$$

$$\text{दूसरी परिमेय संख्या} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{3+2}{12} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{5}{12} = \frac{5}{24}$$

$$\text{तीसरी परिमेय संख्या} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{3+4}{12} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{7}{12} = \frac{7}{24}$$

$$\text{चौथी परिमेय संख्या} = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{24} + \frac{1}{3} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{5+8}{24} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{13}{24} = \frac{13}{48}$$

$$\text{उत्तर} - \frac{1}{4}, \frac{5}{24}, \frac{7}{24}, \frac{13}{48}$$

6. $\frac{1}{5}$ और $\frac{1}{2}$ के बीच की तीन परिमेय संख्याएँ = ?

$$\text{पहली परिमेय संख्या} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{2+5}{10} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{20}$$

$$\text{दूसरी परिमेय संख्या} = \frac{1}{2} \left(\frac{7}{20} + \frac{1}{5} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{7+4}{20} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{11}{20} = \frac{11}{40}$$

$$\begin{aligned}\text{तीसरी परिमेय संख्या} &= \frac{1}{2} \left(\frac{7}{20} + \frac{1}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{7+10}{20} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{17}{20} = \frac{17}{40}\end{aligned}$$

7. $\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{2}$ के बीच की 10 परिमेय संख्याएँ ज्ञात करनी हैं-

$$\begin{aligned}\text{प्रथम परिमेय संख्या} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1+2}{4} \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{दूसरी परिमेय संख्या} &= \frac{1}{2} \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{3+2}{8} \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{16}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{तीसरी परिमेय संख्या} &= \frac{1}{2} \left(\frac{5}{16} + \frac{1}{4} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{5+4}{16} \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{9}{16} = \frac{9}{32}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{चौथी परिमेय संख्या} &= \frac{1}{2} \left(\frac{9}{32} + \frac{1}{4} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{9+8}{32} \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{17}{32} = \frac{17}{64}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{पाँचवी परिमेय संख्या} &= \frac{1}{2} \left(\frac{17}{64} + \frac{1}{4} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{17+16}{64} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{33}{64} \right)\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{13}{16} = \frac{13}{32}$$

$$\text{छठी परिमेय संख्या} = \frac{1}{2} \left(\frac{7}{16} + \frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{7+8}{16} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{15}{16} = \frac{15}{32}$$

$$\text{सातवीं परिमेय संख्या} = \frac{1}{2} \left(\frac{9}{32} + \frac{1}{4} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{9+8}{32} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{17}{32} = \frac{17}{64}$$

$$\text{आठवीं परिमेय संख्या} = \frac{1}{2} \left(\frac{9}{32} + \frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{9+16}{32} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{25}{32} \text{ स्वयं कीजिए।}$$

$$\text{नौवीं परिमेय संख्या} = \frac{1}{2} \left(\frac{9}{32} + \frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{9+16}{32} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{25}{32} = \frac{25}{64}$$

दसवीं परिमेय संख्या = स्वयं कीजिए।

8. $\frac{-2}{5}$ और $\frac{1}{2}$ के बीच की 10 परिमेय संख्या ज्ञात करनी हैं-

$$\text{प्रथम परिमेय संख्या} = \frac{1}{2} \left(\frac{-2}{5} + \frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{-4+5}{10} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{20}$$

$$\text{दूसरी परिमेय संख्या} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{20} - \frac{2}{5} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1-8}{20} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{-7}{20}$$

$$= -\frac{7}{40}$$

$$\text{तीसरी परिमेय संख्या} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1+10}{20} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{11}{20} = \frac{11}{40}$$

$$\text{परिमेय संख्या} = \frac{1}{2} \left(\frac{-7}{40} - \frac{2}{5} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{-7-16}{40} \right)$$

$$= \frac{1 \times -23}{2 \times 40}$$

$$= \frac{-23}{80}$$

$$\text{परिमेय संख्या} = \frac{1}{2} \left(\frac{-7}{40} + \frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{-7+20}{40} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{13}{40} = \frac{13}{80}$$

$$\text{परिमेय संख्या} = \frac{1}{2} \left(\frac{11}{40} - \frac{2}{5} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{11-16}{40} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \times -\frac{5}{40} = \frac{-5}{80} \\
\text{परिमेय संख्या} &= \frac{1}{2} \left(\frac{11}{40} + \frac{1}{2} \right) \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{11+20}{40} \right) \\
&= \frac{1}{2} \times \frac{31}{40} = \frac{31}{80} \\
\text{परिमेय संख्या} &= \frac{1}{2} \left(\frac{31}{80} + \frac{1}{2} \right) \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{31+40}{80} \right) \\
&= \frac{1}{2} \times \frac{71}{80} = \frac{71}{160} \\
\text{परिमेय संख्या} &= \frac{1}{2} \left(\frac{31}{80} - \frac{2}{5} \right) \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{31-32}{80} \right) \\
&= \frac{1}{2} \times \frac{-1}{80} = \frac{-1}{160} \\
\text{परिमेय संख्या} &= \frac{1}{2} \left(\frac{71}{160} + \frac{1}{2} \right) \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{71+80}{160} \right) \\
&= \frac{1}{2} \times \frac{151}{160} \\
&= \frac{151}{320} \text{ उत्तर}
\end{aligned}$$

गणितीय बौद्धिक कौशल

- A. 1. $\frac{-4}{15}$ 2. $\frac{-3}{4}$ 3. $\frac{-5}{12}$ 4. ऋणात्मक
5. ऋणात्मक 6. 1 7. नहीं 8. -1

9. a 10. $\frac{-8}{17}$ 11. $\frac{-5}{13}$ 12. $\frac{1}{3}$
13. $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$ 14. $\frac{5}{7}, \frac{-3}{4}$ 15. 1 16. $\frac{-6}{13}$
17. $\frac{-11}{15}$ 18. 1 19. $\frac{-7}{13}$ 20. $\frac{-11}{23}$
- B. 1. शून्य 2. 1, -1 3. 0
- C. 1. सत्य 2. सत्य 3. सत्य 4. असत्य
5. असत्य

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (d) 2. (a) 3. (c) 4. (b) 5. (a) 6. (c) 7. (b) 8. (a) 9. (b) 10. (b)
11. (d) 12. (a)

2

घातांक

अभ्यास 2-A

1. निम्नलिखित प्रत्येक में आधार और घातांक लिखिए-
- (a) 5^7 (b) 3^{-8}
आधार 5, घातांक 7 आधार 3, घातांक -8
- (c) $(-5)^9$ (d) $(\sqrt{2})^3$
आधार -5, घातांक 9 आधार $\sqrt{2}$, घातांक 3
- (e) 15 (f) $\left(\frac{-4}{5}\right)^3$
आधार 15 घातांक = 1 आधार $\left(-\frac{4}{5}\right)$, घातांक 3
- (g) $\left(\frac{-3}{2}\right)^6$ (h) $(\sqrt{2})^0$
आधार $\left(\frac{-3}{2}\right)$ घातांक 6 आधार $(\sqrt{2})$, घातांक 0

2. निम्नलिखित प्रत्येक को घातांकीय रूप में लिखिए-

- (a) $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^5$
 (b) $(-9) \times (-9) \times (-9) = (-9)^3$
 (c) $ab \times ab \times ab \times ab \times ab = (ab)^5$
 (d) $3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = 3^8$
 (e) $\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = (\sqrt{3})^4$
 (f) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \left(\frac{1}{5}\right)^3$
 (g) $\frac{1}{8 \times 8 \times 8} = \left(\frac{1}{8}\right)^3$
 (h) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-6}$

3. सरल कीजिए और उत्तर को घातांकीय रूप में लिखिए-

- (a) $9^{-3} + 9^{-2}$
 $= 9^{-3+ -2}$
 $= 9^{-5}$
- (b) $\frac{(3)^9}{(3)^5}$
 $= (3)^{9-5}$
 $= 3^4$
- (c) $[(-3)^5 \times 7^5]$
 $(-3)^5 \times (7)^5$
 $(-21)^5$
- (d) $\frac{x^{-3}}{x^{-5}}$
 $= x^{-3+5}$
 $= x^2$
- (e) $\left(\frac{-3}{8}\right)^2 \times \left(\frac{-3}{8}\right)^5 \times \left(\frac{-3}{8}\right)^6$
 $= \left(\frac{-3}{8}\right)^{2+5+6}$
 $= \left(\frac{-3}{8}\right)^{13}$
- (f) $(\sqrt{5})^3 \times (\sqrt{5})^{-1} \times (\sqrt{5})^2$
 $= (\sqrt{5})^{3-1+2}$
 $= (\sqrt{5})^4$
- (g) $(2^4)^{-3}$
 $2^4 \times -3$

$$2^{-12}$$

4. कौन सी संख्या बड़ी है?

(a) $32 > 23$

(b) $43 > 34$

(c) $53 > 37$

5. (a)
$$\begin{array}{r|l} 5 & 625 \\ \hline 5 & 125 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \\ \hline \end{array}$$

 $= 5^4$

(b)
$$\begin{array}{r|l} 7 & 343 \\ \hline 7 & 49 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline & 1 \\ \hline \end{array}$$

 $= 7^3$

6. व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए-

(a) $\frac{27}{64}$ का व्युत्क्रम $= \frac{64}{27}$ या $\frac{4 \times 4 \times 4}{3 \times 3 \times 3} = \left(\frac{4}{3}\right)^3$

(b) $\frac{-16}{125}$ का व्युत्क्रम $= \frac{125}{-16}$ (c) $\left(\frac{-3}{8}\right)^3$ का व्युत्क्रम $= \left(\frac{-8}{3}\right)^{-3}$

(d) $\left(\frac{-7}{3}\right)^2$ का व्युत्क्रम $= \left(\frac{-3}{7}\right)^{-2}$

7. निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सत्य है और कौन-सा कथन असत्य है?

(a) $5^2 \times 2^5 = 5^{2+5}$ सत्य (b) $(\sqrt{5})^3 \times 25 = (\sqrt{5})^3 \times (5)^2$

(c) $5^2 \times 2^2 = (5 \times 2)^2 = 10^2 = (\sqrt{5})^3 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$
सत्य $= (\sqrt{5})^3 \times (\sqrt{5})^4 = (\sqrt{5})^7$

(d) $b^{-6} + b^6 = b^0$ असत्य सत्य

(e) $(a^3 \times a)^{-2} = (a^4)^{-2}$ (f) $(a^2 \times a^{-1})^2$

$= 8^{4 \times -2}$

$= (a^{2-1})^2$

$= 8^{-8}$

$= a^{1 \times 2}$

असत्य

a^2 सत्य

8. सरल कीजिए और धनात्मक घातांकों के रूप में व्यक्त कीजिए-

(a) $\left(\frac{5}{7}\right)^3 \times \left(\frac{5}{7}\right)^{-5}$

(b) $\left(\frac{-7}{9}\right)^8 \times \left(\frac{-7}{9}\right)^{-11} \times \left(\frac{-7}{9}\right)$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{5}{7}\right)^{3-5} & &= \left(\frac{-7}{9}\right)^{8-11+1} \\
&= \left(\frac{5}{7}\right)^{-2} & &= \left(\frac{-7}{9}\right)^{-2} \\
&= \left(\frac{7}{5}\right)^2 & &= \left(\frac{-9}{7}\right)^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(c)} \quad \left(\frac{3}{11}\right)^4 \div \left(\frac{3}{11}\right)^{-3} & \quad \text{(d)} \quad \left(-\frac{5}{9}\right)^{-6} \div \left(\frac{-5}{9}\right)^5 \\
&= \frac{\left(\frac{3}{11}\right)^4}{\left(\frac{3}{11}\right)^{-3}} = \left(\frac{3}{11}\right)^4 \times \left(\frac{3}{11}\right)^3 = \left(\frac{-9}{5}\right)^6 \times \left(\frac{-9}{5}\right)^5 \\
&= \left(\frac{3}{11}\right)^7 & &= \left(\frac{-9}{5}\right)^{6+5} \\
& & &= \left(-\frac{9}{5}\right)^{11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(e)} \quad \left(\frac{-4}{7}\right)^{-4} \div \left(\frac{-4}{7}\right)^{-10} \\
&\left(\frac{-7}{4}\right)^4 \times \left(\frac{-7}{4}\right)^{10} \\
&\left(\frac{-7}{4}\right)^{4+10} \\
&\left(\frac{-7}{4}\right)^{14}
\end{aligned}$$

9. सरल कीजिए-

$$\begin{aligned}
\text{(a)} \quad \left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}\right]^4 & \quad \text{(b)} \quad \left[\left(\frac{-6}{11}\right)^{-5}\right]^{-3} \\
&= \left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-3 \times 4}\right] & & \left[\left(\frac{-6}{11}\right)^{-5 \times -3}\right]
\end{aligned}$$

$$= \left(\frac{2}{5}\right)^{-12} = \left(\frac{-6}{11}\right)^{15}$$

$$= \left(\frac{5}{2}\right)^{12} = \left(\frac{-11}{6}\right)^{15}$$

$$(c) \left(\frac{5}{7}\right)^{-1} \times \left(\frac{7}{3}\right)^{-1} \quad (d) [4^{-1} \div 3^{-1}]^{-2}$$

$$\frac{7}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{5} \quad = \left(\frac{4^{-1}}{3^{-1}}\right)^{-2}$$

$$(e) (5^{-1} \times 3^{-1}) \div 6^{-1} \quad = \left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$$

$$(15^{-1}) \div 6^{-1} \quad = \frac{4 \times 4}{3 \times 3} = \frac{16}{9}$$

$$\frac{15^{-1}}{6^{-1}} = \frac{6}{15} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{2}{5}$$

$$(f) \frac{4^{-3} \times a^{-5} \times b^{-4}}{4^{-5} \times a^{-8} \times b^3} = 4^{-3+5} \times a^{-5+8} \times b^{-4+3}$$

$$= 4^2 \times a^3 \times b^{-1} = \frac{4 \times 4 \times a^3}{b} = \frac{16a^3}{b}$$

$$(g) (a^3 \times a^{-2} \times a^4)^{-2}$$

$$= (a^{3+4-2})^{-2}$$

$$= (a^5)^{-2} = a^{5 \times -2}$$

$$= a^{-10} = \left(\frac{1}{a}\right)^{10}$$

उत्तर

10. निम्नलिखित घातांकीय समीकरणों को हल कीजिए-

$$(a) 7^x = 343 \quad (b) 3^{3x} = \frac{1}{27}$$

$$7^x = 7 \times 7 \times 7 \quad 3^{3x} = \frac{1}{3 \times 3 \times 3}$$

$$7^x = 7^3 \quad 3^{3x} = \frac{1}{(3)^3}$$

$$x = 3 \quad 3^{3x} = 3^{-3}$$

$$(c) (\sqrt{2})^x = 2^8$$

$$(\sqrt{2})^x = (\sqrt{4})^8$$

$$(\sqrt{2})^x = (\sqrt{2} \times \sqrt{2})^8$$

$$(\sqrt{2})^x = (\sqrt{2})^{2 \times 8}$$

$$(\sqrt{2})^x = (\sqrt{2})^{16}$$

$$x = 16$$

$$(e) 5^{2x} \div 5^{-3} = 5^5$$

$$\frac{5^{2x}}{5^{-3}} = 5^5$$

$$5^{2x+3} = 5^5$$

$$\text{या } 2x = 5 - 3$$

$$2x = 2$$

$$x = \frac{2}{2} = 1$$

$$11. \left(\frac{5}{7}\right)^{-3} \times \left(\frac{5}{7}\right)^{-11} = \left(\frac{5}{7}\right)^{7x}$$

$$\left(\frac{5}{7}\right)^{-3-11} = \left(\frac{5}{7}\right)^{7x}$$

$$\left(\frac{5}{7}\right)^{-14} = \left(\frac{5}{7}\right)^{7x}$$

$$\text{या } 7x = -14$$

$$x = \frac{-14}{7}$$

$$x = -2$$

$$12. \left(\frac{2}{9}\right)^3 \times \left(\frac{2}{9}\right)^{-6} = \left(\frac{2}{9}\right)^{2m-1}$$

$$3x = -3$$

$$x = \frac{-3}{3} = -1$$

$$(d) 3^{2x+1} \div 9 = 27$$

$$\frac{3^{2x+1}}{3 \times 3} = 27$$

$$3^{2x+1} = 3 \times 3 \times 27$$

$$3^{2x+1} = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$3^{2x+1} = 3^5$$

$$\text{या } 2x + 1 = 5$$

$$2x = 5 - 1$$

$$2x = 4$$

$$x = \frac{4}{2} = 2$$

$$x = 2$$

$$\left(\frac{2}{9}\right)^{3-6} = \left(\frac{2}{9}\right)^{2m-1}$$

या $2m - 1 = -3$

$$2m = -3 + 1$$

$$2m = -2$$

$$m = \frac{-2}{2} = -1$$

$$m = -1$$

13. $\left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$

$$x = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

$$x = \left(\frac{3}{2}\right)^{2+4}$$

$$x = \left(\frac{3}{2}\right)^6$$

$$x^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^{12}$$

14. $\left(\frac{5}{4}\right)^{-2} \div x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

$$\frac{\left(\frac{5}{4}\right)^{-2}}{x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{-2} \times \frac{1}{x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^2 \times \frac{1}{x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$$

$$\frac{16}{25} \times \frac{1}{x} = \frac{8}{1}$$

$$25 \times x \times 8 = 16$$

$$\therefore x = \frac{16}{25 \times 8}$$

$$\therefore x = \frac{2}{25}$$

गणितीय बौद्धिक कौशल

1. 2 2. $\frac{16}{9}$ 3. $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ 4. 1
5. $\frac{-1}{5}$ 6. -1 7. $(-3)^5$ 8. $\left(\frac{-7}{3}\right)^6$

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (b) 2. (d) 3. (c) 4. (a) 5. (c) 6. (c) 7. (a) 8. (b) 9. (a) 10. (c)

3

वर्ग तथा वर्गमूल

अभ्यास 3-A

1. अभाज्य गुणनखंड विधि का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए कि निम्नलिखित संख्याओं में से कौन-सी संख्या पूर्ण वर्ग है-

(a) 256
 $= (2 \times 2 \times 2 \times 2)^2$
 $= (16)^2$
 पूर्ण वर्ग है।

2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

(b) 625
 $= (5 \times 5)^2$
 $= (25)^2$
 पूर्ण वर्ग है।

5	625
5	125
5	25
5	5
	1

(c) 1296
 $= (2 \times 2 \times 3 \times 3)^2$
 $= (36)^2$
 पूर्ण वर्ग है।

2	1296
2	648
2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

(d) 2500
 $= (2 \times 5 \times 5)^2$
 $= (50)^2$
 पूर्ण वर्ग है।

2	2500
2	1250
5	625
5	125
5	25
5	5
	1

(e) 2116
 $= (2 \times 23)^2$
 $= (46)^2$
 पूर्ण वर्ग है।

2	2116
2	1058
23	529
23	23
	1

2. निम्नलिखित संख्याएँ पूर्ण वर्ग हैं। इनमें से कौन-सी संख्याएँ विषम संख्याओं की वर्ग हैं-

(a) $\sqrt{36} = \sqrt{6 \times 6}$ (b) $\sqrt{49} = \sqrt{7 \times 7} = 7$
 $= 6$, यह पूर्ण वर्ग संख्या है। यह पूर्ण वर्ग संख्या है।

(c) $\sqrt{324} = \sqrt{2 \times 2 \times 9 \times 9}$ (d) $\sqrt{289} = \sqrt{17 \times 17}$
 $= 2 \times 9 = 18$ $= 17$
 यह पूर्ण वर्ग संख्या है। यह पूर्ण संख्या है।

(e) $\sqrt{441} = \sqrt{3 \times 3 \times 7 \times 7}$ (f) $\sqrt{1089} = \sqrt{3 \times 3 \times 11 \times 11}$
 $= 3 \times 7 = 21$ $= 3 \times 11 = 33$
 यह पूर्ण वर्ग संख्या है। यह पूर्ण वर्ग संख्या है।

उत्तर : 49, 289, 441, 1089 विषम संख्याओं का वर्ग है।

3. वह छोटी-से-छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसके द्वारा प्रत्येक दी हुई संख्या को गुणा करने पर प्राप्त गुणनफल एक पूर्ण वर्ग हो-

$$(a) \sqrt{1800}$$

$$\sqrt{1800} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5}$$

$$= 2 \text{ उत्तर}$$

2	1800
2	900
2	450
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

$$(b) \sqrt{2904}$$

$$\sqrt{2904} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 11 \times 11}$$

$$= 2 \times 3 = 6 \text{ उत्तर}$$

2	2904
2	1452
2	726
3	363
11	121
11	11
	1

$$(c) \sqrt{1323}$$

$$\sqrt{1323} = \sqrt{3 \times 21 \times 21}$$

$$= 3 \text{ उत्तर}$$

3	1323
21	441
21	21
	1

$$(d) \sqrt{35280}$$

$$\sqrt{35280} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 21 \times 21}$$

$$= 5 \text{ उत्तर}$$

2	35280
2	17640
2	8820
2	4410
5	2205
21	441
21	21
	1

$$(e) \sqrt{17640}$$

$$\sqrt{17640} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 21 \times 21}$$

$$= 2 \times 5 = 10 \text{ उत्तर}$$

2	17640
2	8820
2	4410
5	2205
21	441
21	21
	1

4. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसके द्वारा प्रत्येक दी हुई संख्या को भाग करने पर परिणाम एक पूर्ण वर्ग हो-

(a) $\sqrt{180}$
 $\sqrt{180} = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}$
 $= 5$ उत्तर

2	180
2	90
3	45
3	15
5	5
	1

(b) $\sqrt{1575}$
 $\sqrt{1575} = \sqrt{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7}$
 $= 7$ उत्तर

3	1575
3	525
5	175
5	35
7	7
	1

(c) $\sqrt{3174}$
 $\sqrt{3174} = \sqrt{2 \times 3 \times 23 \times 23}$
 $= 2 \times 3 = 6$ उत्तर

2	3174
3	1587
23	529
23	23
	1

(d) $\sqrt{6912}$
 $\sqrt{6912} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3}$
 $= 3$ उत्तर

2	6912
2	3456
2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

(e) $\sqrt{16652}$
 $\sqrt{16652} = \sqrt{2 \times 2 \times 4163}$
 $= 4163$ उत्तर

2	16652
2	8326
	4163

5. निम्नलिखित संख्याएँ पूर्ण वर्ग नहीं हैं। कारण बताइए-

$$\begin{array}{r}
 189 \\
 \hline
 (a) \quad 1 \sqrt{3 \ 59 \ 43} \\
 \sqrt{-1} \\
 28 \sqrt{259} \\
 \sqrt{-224} \\
 369 \sqrt{3543} \\
 \sqrt{-3321} \\
 \hline
 R = 222
 \end{array}$$

इसलिए यह संख्या पूर्ण वर्ग नहीं है।

$$\begin{array}{r}
 239 \\
 \hline
 (b) \quad 2 \sqrt{5 \ 73 \ 22} \\
 \sqrt{-4} \\
 43 \sqrt{173} \\
 \sqrt{-129} \\
 469 \sqrt{4422} \\
 \sqrt{-4221} \\
 \hline
 R = 201
 \end{array}$$

इसलिए यह संख्या पूर्ण वर्ग नहीं है।

$$\begin{array}{r}
 577 \\
 \hline
 (c) \quad 5 \sqrt{33 \ 32 \ 22} \\
 \sqrt{-25} \\
 107 \sqrt{832} \\
 \sqrt{-749} \\
 1147 \sqrt{8322} \\
 \sqrt{-8029} \\
 \hline
 R = 293
 \end{array}$$

इसलिए यह संख्या पूर्ण वर्ग नहीं है।

$$\begin{array}{r}
 16 \\
 \hline
 (d) \quad 1 \sqrt{2 \ 38 \ 05} \\
 \sqrt{-1} \\
 26 \sqrt{138} \\
 \sqrt{-136} \\
 32 \sqrt{205} \\
 \sqrt{}
 \end{array}$$

आगे दशमलव लगाने पर गणना सम्भव है। इसलिए यह एक अपूर्ण वर्ग संख्या है।

6. पाइथागोरियन त्रिक निम्नलिखित संबंध का अनुसरण करते हैं।

7. बिना वास्तविक जोड़ किए, निम्नलिखित का योगफल ज्ञात कीजिए-

(a) $1 + 3 + 5 + 7 + 9$

हम जानते हैं $x^2 =$ पहली x संख्याओं का योग
 $= x = 5$

$\therefore x^2 = (5)^2 = 25$

(b) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$

$\therefore x = 6$

$\therefore x^2 = (6)^2 = 36$

(c) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13$

$\therefore x = 7$

$\therefore x^2 = (7)^2 = 49$

$$(d) 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15$$

$$\therefore x = 8$$

$$\therefore x^2 = (8)^2 = 64$$

8. प्रतिरूप का प्रयोग करके, ज्ञात कीजिए-

$$(a) 1111^2 = 1234321 \quad (b) 111111^2 = 12345654321$$

9. निम्नलिखित प्रतिरूप का निरीक्षण कीजिए और विलुप्त अंकों को ज्ञात कीजिए-

$$11^2 = 121$$

$$101^2 = 10201$$

$$1001^2 = 1002001$$

$$10001^2 = 100020001$$

$$100001^2 = 10000200001$$

अभ्यास 3-B

1. निम्नलिखित संख्याओं का वर्गमूल (अभाज्य गुणनखंडन द्वारा) ज्ञात कीजिए।

$$(a) \sqrt{144} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}$$

$$\text{वर्गमूल} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

$$(b) \sqrt{225} = \sqrt{3 \times 3 \times 5 \times 5}$$

$$\text{वर्गमूल} = 3 \times 5 = 15$$

3	225
3	75
5	25
5	5
	1

$$(c) \sqrt{324} = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$\text{वर्गमूल} = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$$(d) \sqrt{729} = \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$\text{वर्गमूल} = 3 \times 3 \times 3$$

$$= 27$$

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$$(e) \sqrt{1296} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$\text{वर्गमूल} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

2	1296
2	648
2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$$(f) \sqrt{2304} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}$$

$$\text{वर्गमूल} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$$

2	2304
2	1152
2	576
2	288
2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

$$(g) \sqrt{7056} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7}$$

$$\text{वर्गमूल} = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 84$$

2	7056
2	3528
2	1764
2	882
3	441
3	147
7	49
7	7
	1

$$(h) \sqrt{11025} = \sqrt{5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7}$$

$$\text{वर्गमूल} = 5 \times 3 \times 7$$

$$= 105$$

5	11025
5	2205
3	441
3	147
7	49
7	7
	1

$$(i) \sqrt{24336} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 13 \times 13}$$

$$\text{वर्गमूल} = 2 \times 2 \times 3 \times 13$$

$$= 156$$

2	24336
2	12168
2	6084
2	3042
3	1521
3	507
13	169
13	13
	1

$$(j) \sqrt{30625} = \sqrt{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7}$$

$$\text{वर्गमूल} = 5 \times 5 \times 7$$

$$= 175$$

5	30625
5	6125
5	1225
5	245
7	49
7	7
	1

$$2. \sqrt{396} = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 11}$$

11 से गुणा करने पर यह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाएगी।

$$396 \times 11 = 4356$$

$$\sqrt{4356} = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 11 \times 11}$$

$$\text{वर्गमूल} = 2 \times 3 \times 11 = 66$$

उत्तर- 11, 66

2	396
2	198
3	99
3	33
11	11
	1

2	4356
2	2178
3	1089
3	363
11	121
11	11
	1

$$3. \sqrt{1152} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}$$

= 2 से भाग देने पर प्राप्त संख्या = 576

$$\sqrt{576} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

उत्तर- 2, 24

2	1152
2	576
2	288
2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

4. माना बाग में पंक्तियों की संख्या = x

तथा प्रत्येक पंक्ति में पौधों की संख्या = x

तो $x^2 = 1296$

$$x = \sqrt{1296}$$

$$= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$= 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$= 36$$

पंक्तियों की संख्या = 36

प्रत्येक पंक्ति में पौधों की संख्या = 36

2	1296
2	648
2	324
2	162
2	81
2	27
2	9
3	3
	1

5. प्रत्येक विद्यार्थी का योगदान = ₹0 x

विद्यार्थियों की संख्या = x

या $x^2 = 202500$

$$x = \sqrt{202500}$$

$$= \sqrt{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$= 2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$= 450$$

2	202500
2	101250
5	50625
5	10125
5	2025
5	405
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

6. 6, 8 और 16 प्रत्येक संख्या से विभाजित होने वाली छोटी से छोटी संख्या उनका ल0स0प0 होती है, जो $(2 \times 2 \times 4 \times 3)$ अर्थात्

$$= 48$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

2	6, 8, 16
2	3, 4, 8
2	3, 2, 4
2	3, 1, 2
3	3, 1, 1
	1, 1, 1

3 का युग्म बनाने के लिए कोई गुणनखण्ड नहीं है।

$$= 48 \times 3 = 144$$

7.

2	8, 12, 15, 20
2	4, 6, 15, 10
2	2, 3, 15, 5
3	1, 3, 15, 5
5	1, 1, 5, 5
	1, 1, 1, 1

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$$

2, 3 व 5 का युग्म बनाने के लिए कोई गुणनखण्ड नहीं है।

$$\therefore 120 \times 2 \times 3 \times 5 = 3600$$

उत्तर : 3600

8. कुल आदमी = 335250

वर्ग में खड़े करने पर शेष बचे आदमी = 9

$$\text{शेष यात्री} = 335250 - 9$$

$$= 335241$$

$$\sqrt{335241} = \sqrt{579 \times 579}$$

उत्तर : 579

579	335241
579	579
	1

अभ्यास 3-C

1. निम्नलिखित प्रत्येक संख्या का लंबी भाग विधि से वर्गमूल ज्ञात कीजिए-

$$\begin{array}{r} 234 \\ 2 \overline{) 5 \ 47 \ 56} \\ \underline{N-4} \\ 43 \overline{) 147} \\ \underline{N-129} \\ 464 \overline{) 1856} \\ \underline{N-1856} \\ \times \end{array}$$

उत्तर : 234

$$\begin{array}{r} 625 \\ 6 \overline{) 39 \ 06 \ 25} \\ \underline{N-36} \\ 122 \overline{) 306} \\ \underline{N-244} \\ 1245 \overline{) 6225} \\ \underline{N-6225} \\ \times \end{array}$$

उत्तर : 625

$$\begin{array}{r}
 2222 \\
 2 \overline{) 4 \ 93 \ 72 \ 84} \\
 \underline{N-4} \\
 42 \overline{) 93} \\
 \underline{N-84} \\
 442 \overline{) 972} \\
 \underline{N-884} \\
 4442 \overline{) 8884} \\
 \underline{N-8884} \\
 \times
 \end{array}$$

उत्तर :2222

$$\begin{array}{r}
 1213 \\
 1 \overline{) 1 \ 47 \ 13 \ 69} \\
 \underline{N-1} \\
 22 \overline{) 47} \\
 \underline{N-44} \\
 241 \overline{) 313} \\
 \underline{N-241} \\
 2423 \overline{) 7269} \\
 \underline{N-7269} \\
 \times
 \end{array}$$

उत्तर :1213

$$\begin{array}{r}
 3107 \\
 3 \overline{) 9 \ 65 \ 34 \ 49} \\
 \underline{N-9} \\
 61 \overline{) 65} \\
 \underline{N-61} \\
 6207 \overline{) 43449} \\
 \underline{N-43449} \\
 \times \\
 \text{उत्तर :3107}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4545 \\
 4 \overline{) 20 \ 65 \ 70 \ 25} \\
 \underline{N-16} \\
 85 \overline{) 465} \\
 \underline{N-425} \\
 904 \overline{) 4070} \\
 \underline{N-3616} \\
 9085 \overline{) 45425} \\
 \underline{N-45425} \\
 \times \\
 \text{उत्तर :4545}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12351 \\
 1 \overline{) 1 \ 52 \ 54 \ 72 \ 01} \\
 \underline{N-1} \\
 22 \overline{) 52} \\
 \underline{N-44} \\
 243 \overline{) 854} \\
 \underline{N-729} \\
 2465 \overline{) 12572} \\
 \underline{N-12325} \\
 24701 \overline{) 24701} \\
 \underline{N-24701} \\
 \times \\
 \text{उत्तर :12351}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 9070 \\
 9 \overline{) 82 \ 26 \ 49 \ 00} \\
 \underline{N-81} \\
 18070 \overline{) 1264900} \\
 \underline{N-1264900} \\
 \times \\
 \text{उत्तर :9070}
 \end{array}$$

$ \begin{array}{r} 56804 \\ 5 \sqrt{\begin{array}{l} 32 \ 26 \ 69 \ 44 \ 16 \\ -25 \\ \hline 106 \ 726 \\ -636 \\ \hline 1128 \ 9069 \\ -9024 \\ \hline 113604 \ 454416 \\ -454416 \\ \hline \times \\ \hline \text{उत्तर : } 56804 \end{array}} \end{array} $	$ \begin{array}{r} 7708 \\ 7 \sqrt{\begin{array}{l} 59 \ 41 \ 32 \ 64 \\ -49 \\ \hline 147 \ 1041 \\ -1029 \\ \hline 15408 \ 123264 \\ -123264 \\ \hline \times \\ \hline \text{उत्तर : } 7708 \end{array}} \end{array} $
---	--

2. निम्नलिखित संख्याओं के वर्गमूल में अंकों की संख्या (बिना वर्गमूल की गणना किए) ज्ञात कीजिए-

(a) $\sqrt{441}$

$$\begin{aligned}
 \text{वर्गमूल में अंकों की संख्या} &= \frac{n+1}{2} \\
 &= \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2
 \end{aligned}$$

उत्तर : वर्गमूल में अंकों की संख्या = 2

(b) $\sqrt{67600}$ में अंकों की संख्या = 5

$$= \frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$$

उत्तर : 3

(c) $\sqrt{288369}$ में अंकों की संख्या = 6

$$\text{वर्गमूल में अंकों की संख्या} = \frac{n}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

3. निम्नलिखित में से कौन-सी छोटी-से छोटी संख्या घटाई जाए कि प्राप्त संख्या एक पूर्ण वर्ग हो-

(a) $\sqrt{2361}$

हम 2361 का वर्गमूल निकालने का प्रयास करते हैं-

$$\begin{array}{r}
 48 \\
 4 \overline{) 23 \ 61} \\
 \underline{\sphericalangle -16} \\
 88 \overline{) 761} \\
 \underline{\sphericalangle -704} \\
 57
 \end{array}$$

उत्तर :57 जोड़ने पर

(b)
$$\begin{array}{r}
 5 \\
 5 \overline{) 25 \ 09} \\
 \underline{\sphericalangle -25} \\
 09
 \end{array}$$
 उत्तर :9

(c)
$$\begin{array}{r}
 86 \\
 8 \overline{) 75 \ 01} \\
 \underline{\sphericalangle -64} \\
 166 \overline{) 1101} \\
 \underline{\sphericalangle -996} \\
 105
 \end{array}$$
 उत्तर :105

(d)
$$\begin{array}{r}
 208 \\
 2 \overline{) 4 \ 33 \ 79} \\
 \underline{\sphericalangle -4} \\
 408 \overline{) 3379} \\
 \underline{\sphericalangle -3264} \\
 115
 \end{array}$$
 उत्तर :115

(e)
$$\begin{array}{r}
 586 \\
 5 \overline{) 34 \ 35 \ 00} \\
 \underline{\sphericalangle -25} \\
 108 \overline{) 935} \\
 \underline{\sphericalangle -864} \\
 1166 \overline{) 7100} \\
 \underline{\sphericalangle -6996} \\
 104
 \end{array}$$
 उत्तर :104

4. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसे निम्नलिखित संख्याओं में जोड़ने पर प्राप्त संख्या पूर्ण वर्ग हो-

(a)
$$\begin{array}{r}
 71 \\
 71 \overline{) 49 \ 31} \\
 \underline{\sphericalangle -5041} \\
 -110
 \end{array}$$
 उत्तर :110 जोड़ने पर

(b)
$$\begin{array}{r}
 79 \\
 7 \overline{) 62 \ 03} \\
 \underline{\sphericalangle -49} \\
 149 \overline{) 1303} \\
 \underline{\sphericalangle -1341} \\
 -38
 \end{array}$$
 उत्तर :38

$$\begin{array}{r}
 712 \\
 7 \overline{) 50 \ 69 \ 00} \\
 \underline{N-49} \\
 141 \overline{) 169} \\
 \underline{N-141} \\
 1422 \overline{) 2800} \\
 \underline{N-2844} \\
 -44 \\
 \text{उत्तर :44}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 443 \\
 4 \overline{) 19 \ 62 \ 01} \\
 \underline{N-16} \\
 84 \overline{) 362} \\
 \underline{N-336} \\
 883 \overline{) 2601} \\
 \underline{N-2649} \\
 -048 \\
 \text{उत्तर :48}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2125 \\
 2 \overline{) 4 \ 51 \ 56 \ 00} \\
 \underline{N-4} \\
 41 \overline{) 51} \\
 \underline{N-41} \\
 422 \overline{) 1056} \\
 \underline{N-844} \\
 4245 \overline{) 21200} \\
 \underline{N-21225} \\
 -25 \\
 \text{उत्तर :25}
 \end{array}$$

5. 5 अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या = 99999

$$\begin{array}{r}
 316 \\
 2 \overline{) 9 \ 99 \ 99} \\
 \underline{N-9} \\
 61 \overline{) 99} \\
 \underline{N-61} \\
 626 \overline{) 3899} \\
 \underline{N-3756} \\
 143
 \end{array}$$

संख्या 99999

$$\begin{array}{r}
 -143 \\
 \hline
 \text{उत्तर : 99856}
 \end{array}$$

6. छः अंकों की छोटी-से-छोटी संख्या-100000

$$\begin{array}{r} 317 \\ 3 \overline{) 10\ 00\ 00} \\ \underline{9} \\ 61 \overline{) 100} \\ \underline{61} \\ 627 \overline{) 3900} \\ \underline{4389} \\ -489 \end{array}$$

$$\text{संख्या} = 100000 + 489$$

$$\text{उत्तर} = 100489$$

7.

$$\begin{array}{r} 89 \\ 8 \overline{) 79\ 12} \\ \underline{64} \\ 169 \overline{) 1512} \\ \underline{1521} \\ -9 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{संख्या} &= 7912 + 9 \\ &= 7921 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 89 \\ 8 \overline{) 79\ 21} \\ \underline{64} \\ 61 \overline{) 1521} \\ \underline{1521} \\ \times \end{array}$$

उत्तर 9, 7921, 89

8.

$$\begin{array}{r} 208 \\ 2 \overline{) 4\ 33\ 79} \\ \underline{4} \\ 408 \overline{) 3379} \\ \underline{3264} \\ 115 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{संख्या} &= 43379 - 115 \\ &= 43264 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 208 \\
 2 \overline{) 4 \ 32 \ 64} \\
 \underline{4} \\
 000 \\
 408 \overline{) 3264} \\
 \underline{3264} \\
 0000 \\
 \times
 \end{array}$$

उत्तर : 115, 43264, 208

9. सेना के जनरल के पास सैनिक 120419
वर्गाकार रूप में खड़े करने पर 10 सैनिक अधिक अर्थात्

$$120419 - 10 = 120409$$

$$\begin{array}{r}
 347 \\
 3 \overline{) 12 \ 04 \ 09} \\
 \underline{9} \\
 304 \\
 64 \overline{) 304} \\
 \underline{256} \\
 4809 \\
 687 \overline{) 4809} \\
 \underline{4809} \\
 0000 \\
 \times
 \end{array}$$

उत्तर : 347

10. वर्ग का क्षेत्र = 60025 मी²

$$\text{वर्ग की भुजा} = \sqrt{\text{क्षेत्र}}$$

$$\begin{array}{r}
 245 \\
 2 \overline{) 6 \ 00 \ 25} \\
 \underline{4} \\
 200 \\
 44 \overline{) 200} \\
 \underline{176} \\
 2425 \\
 485 \overline{) 2425} \\
 \underline{2425} \\
 0000 \\
 \times
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{वर्ग का परिमाण} &= 4 \times \text{भुजा की लम्बाई} \\
 &= 4 \times 245 \\
 &= 980 \text{ मीटर}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{समय} &= \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{980 \times 3600}{18 \times 1000} \\ &= 196 \text{ सेकण्ड}\end{aligned}$$

अभ्यास 3-D

1. निम्नलिखित के वर्गमूल ज्ञात कीजिए-

$$(a) \sqrt{\frac{529}{841}} = \frac{23}{29}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ 2 \overline{) 529} \\ \underline{4} \\ 129 \\ \underline{129} \\ \times \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ 2 \overline{) 841} \\ \underline{4} \\ 441 \\ \underline{441} \\ \times \end{array}$$

$$(b) \sqrt{\frac{81}{225}} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 9 \overline{) 81} \\ \underline{81} \\ \times \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 1 \overline{) 225} \\ \underline{1} \\ 125 \\ \underline{125} \\ \times \end{array}$$

$$(c) \sqrt{\frac{7}{9}} = \frac{\sqrt{7}}{3} = \frac{2.647}{3} = 0.882$$

$$\begin{array}{r} 2.647 \\ 2 \overline{) 7} \\ \underline{4} \\ 300 \\ \underline{276} \\ 2400 \\ \underline{2096} \\ 40400 \\ \underline{37009} \end{array}$$

$$(d) \sqrt{\frac{56}{169}} = \frac{\sqrt{56}}{13} = \frac{2\sqrt{14}}{13}$$

$$(e) \sqrt{\frac{115}{289}}$$

$$(f) \frac{544}{729}$$

$$(g) \frac{334}{3025}$$

$$(h) \frac{583}{1369}$$

2. निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए-

$$(a) \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{405}} = \sqrt{\frac{80}{405}} = \sqrt{\frac{16}{81}} = \frac{4}{9}$$

$$(b) \frac{\sqrt{243}}{\sqrt{867}} = \sqrt{\frac{243}{867}} = \sqrt{\frac{81}{289}} = \frac{9}{17}$$

$$(c) \frac{\sqrt{1.44}}{\sqrt{2.25}} = \frac{1.2}{1.5} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$(d) \frac{\sqrt{36.1}}{\sqrt{102.4}} = \sqrt{\frac{361}{1024}} = \sqrt{\frac{19 \times 19}{32 \times 32}} = \frac{19}{32}$$

3. निम्नलिखित दशमलव संख्याओं का वर्गमूल ज्ञात कीजिए-

$$(a) \sqrt{1.2321}$$

$$= \sqrt{\frac{1.2321}{10000}}$$

$$= \sqrt{\frac{111 \times 111}{100 \times 100}}$$

$$= \frac{111}{100} = 1.11$$

$$(b) \sqrt{4.9284}$$

$$= \sqrt{\frac{49284}{10000}}$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ 1 \overline{) 1 \underline{23} \underline{21}} \\ \underline{-1} \\ 21 \\ 21 \overline{) 23} \\ \underline{-21} \\ 221 \\ 221 \overline{) 221} \\ \underline{-221} \\ 0 \\ \times \end{array}$$

$$= \sqrt{\frac{222 \times 222}{100 \times 100}}$$

$$= \frac{222}{100} = 2.22$$

$$\begin{array}{r} 222 \\ 2 \overline{) 4 \ 92 \ 84} \\ \underline{4} \\ 92 \\ \underline{92} \\ 00 \\ 42 \overline{) 92} \\ \underline{84} \\ 84 \\ \underline{84} \\ 00 \\ 442 \overline{) 884} \\ \underline{884} \\ 00 \\ \times \end{array}$$

(c) $\sqrt{11.0889}$

$$= \sqrt{\frac{110889}{10000}}$$

$$= \sqrt{\frac{333 \times 333}{100 \times 100}}$$

$$= \frac{333}{100} = 3.33$$

$$\begin{array}{r} 333 \\ 3 \overline{) 110889} \\ \underline{9} \\ 208 \\ \underline{189} \\ 1989 \\ \underline{1989} \\ 00 \\ \times \end{array}$$

(d) $\sqrt{0.7225}$

$$= \sqrt{\frac{7225}{10000}}$$

$$= \sqrt{\frac{85 \times 85}{100 \times 100}}$$

$$= 0.85$$

$$\begin{array}{r} 85 \\ 8 \overline{) 72 \ 25} \\ \underline{64} \\ 825 \\ \underline{825} \\ 00 \\ \times \end{array}$$

(e) $\sqrt{0.049284}$

$$= \sqrt{\frac{49284}{1000000}}$$

$$= \sqrt{\frac{222 \times 222}{1000 \times 1000}}$$

$$= \frac{222}{1000} = 2.22$$

$$\begin{array}{r} 222 \\ 2 \overline{) 4 \ 92 \ 84} \\ \underline{4} \\ 92 \\ \underline{92} \\ 00 \\ 42 \overline{) 92} \\ \underline{84} \\ 84 \\ \underline{84} \\ 00 \\ 442 \overline{) 884} \\ \underline{884} \\ 00 \\ \times \end{array}$$

(f) $\sqrt{0.110889} = \sqrt{\frac{110889}{1000000}}$

$$= \sqrt{\frac{333 \times 333}{1000 \times 1000}} \text{ नोट-3 (c) की तरह}$$

$$= \frac{333}{1000} = 0.333$$

$$\begin{aligned}
 \text{(g)} \quad & \sqrt{14.190289} \\
 &= \sqrt{\frac{14190289}{1000000}} \\
 &= \sqrt{\frac{3767 \times 3767}{1000 \times 1000}} \\
 &= \frac{3767}{1000} = 3.767
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 3767 \\
 \hline
 3 \overline{) 14 \ 19 \ 02 \ 89} \\
 \underline{-9} \\
 67 \\
 \underline{-67} \\
 00 \\
 67 \overline{) 519} \\
 \underline{-469} \\
 5002 \\
 \underline{-4476} \\
 52689 \\
 \underline{-52689} \\
 \hline
 \times
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(h)} \quad & \sqrt{152.5225} \\
 &= \sqrt{\frac{1525225}{10000}} \\
 &= \sqrt{\frac{1235 \times 1235}{100 \times 100}} \\
 &= \frac{1235}{100} = 12.35
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 1235 \\
 \hline
 1 \overline{) 1 \ 52 \ 52 \ 25} \\
 \underline{-1} \\
 22 \\
 \underline{-22} \\
 243 \\
 \underline{-243} \\
 2465 \\
 \underline{-2465} \\
 \hline
 \times
 \end{array}$$

$$4. \quad \sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{1.7320}{2.6457} = 0.6547$$

$$\begin{array}{r}
 1.73204 \\
 \hline
 1 \overline{) 3.000000} \\
 \underline{-1} \\
 27 \\
 \underline{-27} \\
 343 \\
 \underline{-343} \\
 3462 \\
 \underline{-3462} \\
 346404 \\
 \underline{-346404} \\
 \hline
 \times
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2.6457 \\
 \hline
 2 \overline{) 7.00000000} \\
 \underline{-4} \\
 46 \\
 \underline{-46} \\
 529 \\
 \underline{-529} \\
 5285 \\
 \underline{-5285} \\
 52907 \\
 \underline{-52907} \\
 \hline
 45151
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 26457 \overline{) 173200} \\
 \underline{-158742} \\
 144580 \\
 \underline{-132285} \\
 123050 \\
 \underline{-105828} \\
 17222
 \end{array}$$

5.

$$\begin{array}{r}
 125 \\
 \sqrt{156.25} \\
 \underline{-1} \\
 22 \sqrt{56} \\
 \underline{-44} \\
 245 \sqrt{1225} \\
 \underline{-1225} \\
 \times \\
 \sqrt{156.25} + \sqrt{1.5625} \\
 = 12.5 + 1.25 = 13.75
 \end{array}$$

6. निम्नलिखित में प्रत्येक का दशमलव के तीन स्थानों तक वर्गमूल ज्ञात कीजिए-

(a) $\sqrt{3} = 1.732$

नोट- प्रश्न 4 देखें।

(b)

$$\begin{array}{r}
 2.2362 \\
 2 \sqrt{5.000000} \\
 \underline{-4} \\
 42 \sqrt{100} \\
 \underline{-84} \\
 443 \sqrt{1600} \\
 \underline{-1329} \\
 4466 \sqrt{27100} \\
 \underline{-26196} \\
 44722 \sqrt{90400} \\
 \underline{-89444} \\
 0956
 \end{array}$$

उत्तर : 2.236

(c)

$$\begin{array}{r}
 3.1622 \\
 1 \sqrt{10.000000} \\
 \underline{-9} \\
 61 \sqrt{100} \\
 \underline{-61} \\
 626 \sqrt{3900} \\
 \underline{-3756} \\
 6322 \sqrt{14400} \\
 \underline{-12644} \\
 63242 \sqrt{175600} \\
 \underline{-126484}
 \end{array}$$

उत्तर : 3.162

$$\begin{array}{r}
 \text{(d)} \quad 1 \overline{) 15.4147} \\
 \underline{237.615} \\
 \text{N} -1 \\
 25 \overline{) 137} \\
 \underline{125} \\
 \text{N} -125 \\
 304 \overline{) 1261} \\
 \underline{1216} \\
 \text{N} -1216 \\
 3081 \overline{) 4550} \\
 \underline{3081} \\
 \text{N} -3081 \\
 30824 \overline{) 146900} \\
 \underline{123296} \\
 \text{N} -123296 \\
 308287 \overline{) 2370400} \\
 \underline{2158009} \\
 \text{N} -2158009 \\
 \hline
 \text{उत्तर :15.415}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(e)} \quad \sqrt{10 \frac{2}{3}} &= \sqrt{\frac{32}{3}} \\
 &= \frac{5.657}{1.732} \\
 &= 3.266
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 5 \overline{) 5.6518} \\
 \underline{32.000000} \\
 \text{N} -25 \\
 106 \overline{) 700} \\
 \underline{636} \\
 \text{N} -636 \\
 1125 \overline{) 6400} \\
 \underline{5125} \\
 \text{N} -5125 \\
 11209 \overline{) 77500} \\
 \underline{67254} \\
 \text{N} -67254 \\
 113128 \overline{) 1024600} \\
 \underline{905024} \\
 \text{N} -905024
 \end{array}$$

$$7. \sqrt{103.0225}$$

$$\begin{aligned}
 &= 10.15 \\
 \text{(a)} \quad &\sqrt{10302.25} \\
 &= \sqrt{\frac{1030225}{100}} \\
 &= \sqrt{\frac{1015 \times 1015}{10 \times 10}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 10.15 \\
 1 \overline{) 103.0225} \\
 \underline{103} \\
 \text{N} -1 \\
 201 \overline{) 0302} \\
 \underline{201} \\
 \text{N} -201 \\
 2025 \overline{) 10125} \\
 \underline{10125} \\
 \text{N} -10125 \\
 \hline
 \times
 \end{array}$$

$$= \frac{1015}{10} = 101.5$$

$$(b) \sqrt{1.030225}$$

$$= \sqrt{\frac{1030225}{1000000}}$$

$$= \sqrt{\frac{105 \times 1015}{1000 \times 1000}}$$

$$= \frac{1015}{1000} = 1.015$$

8. वर्गाकार खेत का क्षेत्रफल = 325 वर्ग मी०

$$\text{भुजा} \times \text{भुजा} = 325$$

$$\therefore \text{भुजा} = \sqrt{325}$$

$$= 18.03 \text{ मीटर}$$

$$\begin{array}{r} 18.027 \\ 1 \overline{) 325} \\ \underline{-1} \\ 28 \\ 28 \overline{) 225} \\ \underline{-224} \\ 3602 \\ 3602 \overline{) 10000} \\ \underline{-7204} \\ 36047 \\ 36047 \overline{) 279600} \\ \underline{-252329} \\ \times \end{array}$$

गणितीय बौद्धिक कौशल

- | | | | |
|---------|-------------------|---------|-------|
| 1. 7 | 2. $4\frac{1}{2}$ | 3. 0.04 | 4. 99 |
| 5. नहीं | 6. 2 | 7. 0.9 | |

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (c) 2. (c) 3. (d) 4. (b) 5. (a) 6. (d) 7. (b) 8. (b) 9. (c)

4

घन तथा घनमूल

अभ्यास 4-A

1. निम्नलिखित संख्याओं के घन ज्ञात कीजिए-

(a) $7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$

(b) $12^3 = 12 \times 12 \times 12 = 1728$

(c) $25^3 = 25 \times 25 \times 25 = 15625$

(d) $30^3 = 30 \times 30 \times 30 = 27000$

(e) $45^3 = 45 \times 45 \times 45 = 9125$

(f) $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{3 \times 3 \times 3}{5 \times 5 \times 5} = \frac{27}{125}$

(g) $\left(\frac{-4}{9}\right)^3 = \frac{-4 \times -4 \times -4}{9 \times 9 \times 9} = \frac{-64}{729}$

(i) $\left(1\frac{9}{10}\right)^3 = \left(\frac{19}{10}\right)^3 = \frac{6859}{1000} = 6\frac{859}{1000}$

(j) $(0.03)^3 = \left(\frac{3 \times 3 \times 3}{100 \times 100 \times 100}\right) = 0.000027$

2. निम्नलिखित संख्याओं में से कौन-सी संख्याएँ पूर्ण घन हैं-

(a) $108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

पूर्णघन संख्या नहीं है।

2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

(b) $343 = 7 \times 7 \times 7$

पूर्ण वर्ग संख्या है।

(c)

2	612
2	306
3	153
3	51
17	17
	1

पूर्ण घन संख्या नहीं है।

(d)	2	5832
	2	2916
	2	1458
	3	729
	3	243
	3	81
	3	27
	3	9
	3	3
		1

पूर्ण घन संख्या है।

(f)	2	4000
	2	2000
	2	1000
	2	500
	2	250
	5	125
	5	25
	5	5
		1

पूर्ण घन संख्या नहीं है।

(h)	2	13824
	2	6912
	2	3456
	2	1728
	2	864
	2	432
	2	216
	2	108
	2	54
	3	27
	3	9
	3	3
		1

पूर्ण घन संख्या है।

(e)	2	2744
	2	1372
	2	686
	7	343
	7	49
	7	7
		1

पूर्ण घन संख्या है।

(g)	3	9261
	3	3087
	3	1029
	7	343
	7	49
	7	7
		1

पूर्ण घन संख्या है।

(i)	2	74088
	2	37044
	2	18522
	3	9261
	3	3087
	3	1029
	7	343
	7	49
	7	7
		1

पूर्ण घन संख्या है।

उत्तर (b), (d), (e) (g) (h) (i) पूर्णघन संख्याएँ हैं।

3. निम्नलिखित में से कौन-सी सम प्राकृत संख्याओं की घन हैं-

$$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4 \times 4 \times 4}$$

$$\sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{9 \times 9 \times 9}$$

$$\sqrt[3]{512} = \sqrt[3]{8 \times 8 \times 8}$$

$$\sqrt[3]{3375} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5}$$

$$\sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10 \times 10 \times 10}$$

$$\sqrt[3]{1728} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 6 \times 6 \times 6}$$

$$\sqrt[3]{13824} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 6 \times 6 \times 6}$$

उत्तर : 64, 512, 1000, 1728, तथा 13824 सम प्राकृत संख्याओं के घन हैं।

4. निम्नलिखित में से कौन-सी सम प्राकृत संख्याओं की घन हैं।

$$\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5}$$

$$\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{6 \times 6 \times 6}$$

$$\sqrt[3]{343} = \sqrt[3]{7 \times 7 \times 7}$$

$$\sqrt[3]{1331} = \sqrt[3]{11 \times 11 \times 11}$$

$$\sqrt[3]{3375} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5}$$

$$\sqrt[3]{32768} = \sqrt[3]{2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3}$$

$$\sqrt[3]{6859} = \sqrt[3]{19 \times 19 \times 19}$$

उत्तर : 125, 343, 1331, 3375, 6859 विषम प्राकृत संख्याओं की घन हैं।

5.

3	675
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

उत्तर : ∵ 5 का घनपूर्ण नहीं है अतः 5 से गुणा करने पर

$$675 \times 5 = 3375$$

$$\sqrt[3]{3375} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5}$$

$$= 3 \times 5 = 15$$

$$\begin{array}{r|l}
 2 & 2916 \\
 \hline
 2 & 1458 \\
 \hline
 3 & 729 \\
 \hline
 3 & 243 \\
 \hline
 3 & 81 \\
 \hline
 3 & 27 \\
 \hline
 3 & 9 \\
 \hline
 3 & 3 \\
 \hline
 & 1
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt[3]{2916} &= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 3^3 \times 3^3} \\
 &= 2 \times 3 = 6 \text{ से भाग करने पर}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 4 \overline{) 2916} \quad (729) \\
 \underline{-28} \\
 11 \\
 \underline{-8} \\
 36 \\
 \underline{-36} \\
 \times
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt[3]{729} &= \sqrt[3]{9 \times 9 \times 9} \\
 &= 9
 \end{aligned}$$

उत्तर 4, 9

$$\begin{aligned}
 7. \text{ घन का आयतन} &= (\text{भुजा})^3 \\
 &= 3.8 \times 3.8 \times 3.8 \\
 &= 54.872 \text{ सेमी}^3
 \end{aligned}$$

अभ्यास 4-B

1. निम्नलिखित में प्रत्येक का घनमूल ज्ञात कीजिए-

$$\begin{aligned}
 (a) \quad \sqrt[3]{216} &= \sqrt[3]{6 \times 6 \times 6} \\
 &= 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (b) \quad \sqrt[3]{343} &= \sqrt[3]{7 \times 7 \times 7} \\
 &= 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (c) \quad \sqrt[3]{1728} &= \sqrt[3]{12 \times 12 \times 12} \\
 &= 12
 \end{aligned}$$

$$(d) \sqrt[3]{2744} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7}$$

$$= 2 \times 7 = 14$$

$$(e) \sqrt[3]{10648} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11 \times 11}$$

$$= 2 \times 11 = 22$$

$$(f) \sqrt[3]{27000} = \sqrt[3]{30 \times 30 \times 30}$$

$$= 30$$

$$(g) \sqrt[3]{91125}$$

$$= \sqrt[3]{3^3 \times 3^3 \times 5^3}$$

$$= 3 \times 3 \times 5$$

$$= 45$$

3	91125
3	30375
3	10125
3	3375
3	1125
3	375
5	125
5	25
5	5
	1

$$(h) \sqrt[3]{-4913}$$

$$= -\sqrt[3]{17 \times 17 \times 17}$$

$$= -17$$

17	4913
17	289
17	17
	1

$$(i) \sqrt[3]{-5832} = -\sqrt[3]{5832}$$

$$= -\sqrt[3]{2^3 \times 9^3}$$

$$= -2 \times 9$$

$$= -18$$

2	5832
2	2916
2	1458
9	729
9	81
9	9
	1

$$(j) \sqrt[3]{-32768}$$

$$= -\sqrt[3]{32768}$$

$$= -\sqrt[3]{2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3}$$

$$= -(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$$

$$= -32$$

2	32768
2	16384
2	8192
2	4096
2	2048
2	1024
2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

2. दिखाइए कि-

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad \sqrt[3]{125 \times 64} &= \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{64} \\
 &= \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4} \\
 &= 5 \times 4 = 20
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{64} &= \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5} \times \sqrt[3]{4 \times 4 \times 4} \\
 &= 5 \times 4 = 20
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(b)} \quad \sqrt[3]{216 \times (-343)} &= \sqrt[3]{216} \times \sqrt[3]{-343} \\
 &= -\sqrt[3]{6 \times 6 \times 6 \times 7 \times 7 \times 7} \\
 &= -6 \times 7 = -42 \\
 &= \sqrt[3]{216} \times \sqrt[3]{-343} \\
 &= \sqrt[3]{6 \times 6 \times 6} \times -\sqrt[3]{7 \times 7 \times 7} \\
 &= 6 \times -7 = -42
 \end{aligned}$$

(c) को इसी प्रकार हल करें।

3. मान ज्ञात कीजिए-

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad \sqrt[3]{1372} \times \sqrt[3]{1458} &= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 7^3} \times \sqrt[3]{2 \times 3^3 \times 3^3}
 \end{aligned}$$

$$= 2 \times 3 \times 3 \times 7$$

$$= 126$$

2	1372
2	686
7	343
7	49
7	7
	1

2	1458
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

(b) $\sqrt[3]{392} \times \sqrt[3]{448}$

$$= \sqrt[3]{392 \times 448}$$

$$= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7}$$

$$= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7}$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 7 = 56$$

2	392
2	196
7	98
7	49
7	7
	1

2	448
2	224
2	112
2	56
2	28
2	14
7	7
	1

(c) $\sqrt[3]{3375} \times \sqrt[3]{729}$

$$= \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$= 3 \times 5 \times 3 \times 3 = 135$$

3	3375
3	1125
3	375
5	125
5	25
5	5
	1

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

4. निम्नलिखित परिमेय संख्याओं में प्रत्येक का घनमूल ज्ञात कीजिए-

$$(a) \sqrt[3]{\frac{1331}{4096}} = \sqrt[3]{\frac{11 \times 11 \times 11}{2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3}}$$

$$= \frac{11}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{11}{16}$$

$$(b) \sqrt[3]{\frac{-2197}{9261}} = -\sqrt[3]{\frac{2197}{9261}}$$

13	2197
13	169
13	13
	1

3	9261
3	3087
3	1029
7	343
7	49
7	7
	1

$$= -\sqrt[3]{\frac{13 \times 13 \times 13}{3^3 \times 7^3}}$$

$$= -\frac{13}{3 \times 7} = \frac{-13}{21}$$

$$(c) \sqrt[3]{\frac{4096}{-2197}} = -\sqrt[3]{\frac{4096}{2197}}$$

$$= -\sqrt[3]{\frac{2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3}{13 \times 13 \times 13}}$$

$$= \frac{-2 \times 2 \times 2 \times 2}{13} = \frac{16}{13}$$

$$(d) \sqrt[3]{\frac{-3375}{-2744}} = \sqrt[3]{\frac{3375}{2744}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5}{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7}}$$

$$= \frac{3 \times 5}{2 \times 7} = \frac{15}{14}$$

2	2744
2	1372
2	686
7	343
7	49
7	7
	1

5. $\sqrt[3]{0.001331}$

$$= \sqrt[3]{\frac{1331}{1000000}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{11 \times 11 \times 11}{100 \times 100 \times 100}}$$

$$= \frac{11}{100} = 0.11$$

6.

2	17496
2	8748
2	4374
3	2187
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$$= \sqrt[3]{17496}$$

$$= \sqrt[3]{2^3 \times 3^3 \times 3^3 \times 3^3}$$

∴ 3 का घन अपूर्ण है।

अतः $3 \times 3 = 9$ से गुणा करने पर

$$17496 \times 9 = 157464$$

$$\sqrt[3]{157464} = \sqrt[3]{2^3 \times 3^3 \times 3^3 \times 3^3}$$

$$= 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$$

उत्तर : 9, 54

7.

3	1323
3	441
3	147
7	49
7	7
	1

$$\sqrt[3]{1323}$$

$$= \sqrt[3]{3^3 \times 7 \times 7}$$

अतः $7 \times 7 = 49$ से \div करने पर यह पूर्णघन बन जायेगा।

अतः

$$\begin{array}{r} 49 \overline{) 1323} \quad (27 \\ \underline{-98} \\ 343 \\ \underline{-343} \\ \times \end{array}$$

$$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3}$$

$$= 3$$

उत्तर : 49, 3

8. घनाकार बक्से को आयतन = 13.824

$$\text{घन की भुजा} = \sqrt[3]{\text{घन का आयतन}}$$

$$= \sqrt[3]{13.824}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{13824}{1000}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 3^3}{10 \times 10 \times 10}}$$

$$= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3}{10}$$

$$= \frac{24}{10} = 2.4 \text{ मीटर}$$

2	13824
2	6912
2	3456
2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

गणितीय बौद्धिक कौशल जाँचिए

- A. 1. सत्य 2. सत्य 3. सत्य 4. असत्य
5. असत्य
- B. 1. नहीं 2. 7 3. 2 4. 0.4
5. $\frac{-6}{7}$ 6. -50 7. 24

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (a) 2. (c) 3. (b) 4. (b) 5. (a) 6. (a) 7. (c) 8. (b) 9. (b) 10. (b)

अभ्यास 5-A

1. निम्नलिखित व्यंजकों में से कौन-से बहुपद हैं-

(a) , (c), (e)

2. निम्नलिखित बहुपदों में से प्रत्येक की घात लिखिए-

(a) 2 (b) 4 (c) 4 (d) 5 (e) 8

3. निम्नलिखित बहुपदों को आरोही क्रम में लिखिए-

(a) $-3 - 8x + 3x^2 + 5x^3 + 7x^4$

(b) $6 - 18x + x^2 + 36x^3$

(c) $-2 + 2x - 5x^3 + \frac{1}{6}x^4 - x^5$

4. निम्नलिखित बहुपदों को अवरोही क्रम में लिखिए-

(a) $-15x^8 + 5xy^6 + 2x^3y^3 + 3x^4y$

(b) $-x^5 - 3x^4 + 5x^2 - 2x + 3$

(c) $3x^4y - 2x^3y + 5xy^2 - 15x^2$

5. निम्नलिखित बहुपदों को जोड़िए-

(a) $7a - 3b + 5c$

$2a - 3b - 4c$

(+) $-4a + b + c$

उत्तर : $\underline{5a - 5b + 2c}$

(c) $3x^2 - 3xy + 5y^2$

$7x^2 + 4xy - 2y^2$

(+) $5x^2 + y^2$

उत्तर : $\underline{15x^2 + xy + 4y^2}$

(b) $-7x^2 - 3xy + 10y^2$

$+2x^2 + 8xy - 11y^2$

(+) $-3x^2 + 6xy + 8y^2$

उत्तर : $\underline{-8x^2 + 11xy + 7y^2}$

(d) $5x^2 - 7xy + 4y^2 - 3x$

$4x^2 + 2xy - y^2 + y$

(+) $x^2 + 5xy - 2y^2 + 3x - y$

उत्तर : $\underline{10x^2 + y^2}$

6. घटाइए-

$$\begin{array}{r} \text{(a) } 25x^2 + 16xy - 3b^2 - 2 \\ -6x^2 + 13xy \quad -1 + 4a^2 \\ + \quad - \quad + \quad - \end{array}$$

$$\text{उत्तर : } \frac{31x^2 + 3xy - 3b^2 - 1 - 4a^2}{}$$

$$\begin{array}{r} \text{(b) } y^3 - x^3 + 2xy^2 - 3x^2y \\ -y^3 + x^3 - xy^2 + 5x^2y \\ + \quad - \quad + \quad - \\ \hline 2y^3 - 2x^3 + 3xy^2 - 8x^2y \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{(c) } \frac{4}{3}x^2y + 5x^3 - \frac{2}{3}y^3 + 5xy^2 \\ 3x^2y + 4x^3 + 5y^3 + \frac{1}{2}xy^2 \\ - \quad - \quad - \quad + \\ \hline -\frac{5}{2}x^2y + x^3 - \frac{17}{3}y^3 + \frac{11}{2}xy^2 \end{array} \text{ उत्तर}$$

$$\begin{array}{r} \text{(d) } \frac{1}{9}x^3 - \frac{2}{5}x^2 + \frac{3}{7}x + 5 \\ -\frac{8}{9}x^3 + \frac{4}{7}x^2 - \frac{3}{5}x + 1 \\ + \quad - \quad + \quad - \\ \hline x^3 - \frac{34}{35}x^2 + \frac{36}{35}x + 4 \end{array} \text{ उत्तर}$$

$$\begin{array}{r} \text{7. } 2x^3 - 8x^2 + 9x - 10 \\ -7x^3 \quad + 8x - 9 \\ + \quad - \quad + \\ \hline 9x^3 - 8x^2 + x - 1 \end{array} \text{ उत्तर}$$

$$\begin{array}{r} \text{8. } 8 - 6x + x^2 - 7x^3 + x^5 \\ 1 - 3x + x^2 - 6x^3 \quad + x^4 \end{array}$$

$$\frac{7-3x}{-x^3+x^5-x^4} \text{ उत्तर}$$

9. गुणा कीजिए-

$$(a) 3x^3 \times 4x^4 = 12x^7$$

$$(b) 4a^2b \times -6a^3b^2c = -24a^5b^3c$$

$$(c) -\frac{6}{8}x^4yx \times 24x^2y^2z^3 \quad (d) -\frac{5}{8}x^2y^3 \times -\frac{16}{15}x^3y$$

$$= -\frac{6}{8} \times 24x^{4+1+2}y^{1+2}z^3 = -\frac{5}{8} \times -\frac{16}{15}x^{2+3}y^{3+1}$$

$$= -18x^7y^3z^3 = \frac{2}{3}x^5y^4$$

10. निम्नलिखित का गुणनफल ज्ञात कीजिए-

$$(a) \begin{array}{l} 3x^2 - 2x + 5 \\ \times (x - 3) \\ \hline \end{array} \quad (b) \begin{array}{l} x^2 + 2x + 1 \\ \times (2x + 3) \\ \hline \end{array}$$

$$3x^3 - 2x^2 + 5x$$

$$-9x^2 + 6x - 15$$

$$\text{उत्तर : } \frac{3x^3 - 11x^2 + 11x - 15}{2x^3 + 7x^2 + 8x + 3}$$

$$2x^3 + 4x^2 + 2x$$

$$+3x^2 + 6x + 3$$

$$\frac{2x^3 + 7x^2 + 8x + 3}{2x^3 + 7x^2 + 8x + 3}$$

$$(c) 2x^2 + x - 5$$

$$\times (x^2 - 2x + 3)$$

$$2x^4 + x^3 - 5x^2$$

$$-4x^3 - 2x^2 - 10x$$

$$+6x^2 + 3x - 15$$

$$\frac{2x^4 - 3x^3 - x^2 - 7x - 15}{2x^4 - 3x^3 - x^2 - 7x - 15} \text{ उत्तर}$$

$$(d) 3x^2 - 5x + 6$$

$$\times (3 - 5x^2)$$

$$9x^2 - 15x + 18$$

$$-30x^2 - 15x^4 + 25x^3$$

$$\frac{-21x^2 - 15x + 18 - 15x^4 + 25x^3}{-21x^2 - 15x + 18 - 15x^4 + 25x^3} \text{ उत्तर}$$

$$\begin{array}{r}
\text{(e) } 3x^5 - 7x^3 + 2x^2 - x + 4 \\
\times (x^3 - 2x^2 + 3x - 1) \\
\hline
3x^8 - 7x^6 + 2x^5 - x^4 + 4x^3 - 6x^7 \\
+ 9x^6 + 14x^5 - 4x^4 + 2x^3 \quad -8x^2 \\
-3x^5 - 21x^4 + 6x^3 \quad -3x^2 + 12x \\
+ 7x^3 \quad -2x^2 + x - 4 \\
\hline
3x^8 + 2x^6 + 13x^5 - 26x^4 + 19x^3 - 6x^7 - 13x^2 + 13x - 4
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
\text{(f) } 5x^2 - 7x + 2 \\
\times (2x^2 - 3x - 5) \\
\hline
10x^4 - 14x^3 + 4x^2 \\
-15x^3 + 21x^2 - 6x \\
-25x^2 + 35x - 10 \\
\hline
10x^4 - 29x^3 + 29x - 10 \quad \text{उत्तर}
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
\text{(g) } (5x - 7) \times (2x + 3) \times (7x - 8) \\
5x - 7 \\
\times (2x + 3) \\
\hline
10x^2 - 14x \\
15x - 21 \\
\hline
10x^2 + x - 21 \\
\times (7x - 8) \\
\hline
70x^3 + 7x^2 - 147x \\
-80x^2 + 8x \\
\hline
70x^3 - 73x^2 - 155x + 168 \quad \text{उत्तर}
\end{array}$$

अभ्यास 5-B

1. भाग दीजिए-

$$\begin{array}{ll}
\text{(a) } x^7 \div x^3 & \text{(b) } -56abc \div 7b \\
= x^{7-3} & = \frac{-56abc}{7b} \\
= x^4 & = -8ac \\
\text{(c) } 36xy^2z \div -4xy & \text{(d) } 75x^2y^5z \div 15xy^2z \\
= \frac{36xy^2z}{-4xy} = 9yz & = \frac{75x^2y^5z}{15xy^2z} = 5xy^3 \\
\text{(e) } -63x^2y^3z^4 \div 9x^4y^2z^7 & \\
= \frac{-63x^2y^3z^4}{9x^4y^2z^7} = \frac{-7y}{x^2z^3} &
\end{array}$$

2. भाग दीजिए-

$$\text{(a) } (8x^4 - 32x^3 + 16x^2) \div -4x^2$$

भाग विधि-

$$\begin{array}{r}
4x^2 \overline{) 8x^4 - 32x^3 + 16x^2} \quad (-2x^2 + 8x - 4) \\
\underline{-8x^4} \\
 -32x^3 \\
\underline{-32x^3} \\
 + 16x^2 \\
 \underline{-16x^2} \\
 0
\end{array}$$

$$\text{उत्तर } -2x^2 + 8x - 4$$

$$\text{(b) } (8a^2b^2 - 6ab^2 + 10a^2b^2) \div 2ab$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{8a^2b^2}{2ab} - \frac{6ab^2}{2ab} + \frac{10a^2b^2}{2ab} \\
&= 4a^{2-1}b^{2-1} - 3b^{2-1} + 5a^{2-1}b^{2-1}
\end{aligned}$$

$$\text{उत्तर : } 4ab - 3b + 5ab^2$$

$$\text{(c) } (4x^3 + 8x^2 - x) \div \frac{1}{2}x$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{4x^3}{-\frac{1}{2}x} + \frac{8x^2}{-\frac{1}{2}x} - \frac{x}{-\frac{1}{2}x} \\
&= -8x^2 - 16x + 2
\end{aligned}$$

$$= -4 \times 2x^{3-1} + 8 \times 2x^{2-1} + 2$$

$$= -8x^2 - 16x + 2$$

(d) $(6x^5 + 18x^4 - 3x^2) \div 3x^2$

$$\frac{6x^5}{3x^2} + \frac{18x^4}{3x^2} - \frac{3x^2}{3x^2}$$

$$= 2x^{5-2} + 6x^{4-2} - 1$$

$$= 2x^3 + 6x^2 - 1$$

(e) $(20x^3y + 12x^2y^2 - 10xy) \div 2xy$

$$= \frac{20x^3y}{2xy} + \frac{12x^2y^2}{2xy} - \frac{10xy}{2xy}$$

$$= 10x^{3-1} + 6x^{2-1}y^{2-1} - 5$$

$$= 10x^2 + 6xy - 5$$

(f) $(6a^2b^2 - 3abc + 9abd)$

$$= \frac{6a^2b^2}{-\frac{1}{3}ab} - \frac{3abc}{-\frac{1}{3}ab} + \frac{9abd}{-\frac{1}{3}ab}$$

$$= -6 \times 3a^{2-1}b^{2-1} + 3 \times 3c - 9 \times 3d$$

$$= -18ab + 9c - 27d$$

3. भाग दीजिए तथा भागफल और शेषफल ज्ञात कीजिए-

(a) $(2x^2 - 11x + 12) \div x - 4$

$$\begin{array}{r} x-4 \overline{) 2x^2 - 11x + 12} \quad (2x - 3 \\ \underline{2x^2 - 8x} \\ -3x + 12 \\ \underline{-3x + 12} \\ + \\ 0 \end{array}$$

उत्तर : $2x - 3$

(b) $(29x - 6x^2 - 28) \div 3x - 4$

$$\begin{array}{r}
3x-4 \overline{) 29x - 2x^2 - 28} \quad (-2x + 7 \\
\quad + 8x - 6x^2 \\
\hline
\quad \quad 21x - 28 \\
\quad \quad 21x - 28 \\
\hline
\quad \quad \quad 0
\end{array}$$

-2x + 7 उत्तर

(c) $(10x^4 + 17x^3 - 62x^2 + 30x - 3) \div 2x^2 + 7x - 1$

$$\begin{array}{r}
2x^2+7x-1 \overline{) 10x^4 + 17x^3 - 62x^2 + 30x - 3} \quad (5x^2 - 9x + 3 \\
\quad 10x^4 + 35x^3 - 5x^2 \\
\hline
\quad \quad -18x^3 - 57x^2 + 30x \\
\quad \quad -18x^3 - 63x^2 + 9x \\
\hline
\quad \quad \quad 6x^2 + 21x - 3 \\
\quad \quad \quad 6x^2 + 21x - 3 \\
\hline
\quad \quad \quad \quad 0
\end{array}$$

उत्तर : $5x^2 - 9x + 3$

(d) $(12y^3 - 20y^2 - 9y + 15) \div (3y - 5)$

$$\begin{array}{r}
3y-5 \overline{) 12y^3 - 20y^2 - 9y + 15} \quad (4y^2 - 3 \\
\quad 12y^3 - 20y^2 \\
\hline
\quad \quad -9y + 15 \\
\quad \quad -9y + 15 \\
\hline
\quad \quad \quad 0
\end{array}$$

उत्तर : $4y^2 - 3$

(e) $(10y^4 + 5y^3 + y^2 + 3y - 3) \div 5y^2 + 3$

$$\begin{array}{r}
5y^2+3 \overline{) 10y^4 + 5y^3 + y^2 + 3y - 3} \quad (2y^2 + y - 1 \\
\quad 10y^4 \quad + 6y^2 \\
\hline
\quad \quad 5y^3 - 5y^2 + 3y \\
\quad \quad 5y^3 \quad + 3y \\
\hline
\quad \quad \quad 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{r} -5y^2 - 3 \\ -5y^2 - 3 \\ + \quad + \\ \hline 0 \end{array}$$

Ans. $2y^2 + y - 1$

(f) $(2 - 3x^2 + x - x^3 + x^4) \div (x^2 + 2 - 3x)$

$(x^4 - x^3 - 3x^2 + x + 2) \div (x^2 + 2 - 3x)$

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x + 2 \overline{) x^4 - x^3 - 3x^2 + x + 3} \quad (x^2 + 2x + 1 \\ \underline{x^4 - 3x^3 + 2x^2} \\ 2x^3 - 5x^2 + x \\ \underline{2x^3 - 6x^2 + 4x} \\ x^2 - 3x + 2 \\ \underline{x^2 - 3x + 2} \\ 0 \end{array}$$

Ans. $x^2 + 2x + 1$

(g) $(6x^5 - 28x^3 + 3x^2 + 30x - 9) \div (2x^2 - 6)$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 6 \overline{) 6x^5 - 28x^3 + 3x^2 + 30x - 9} \quad (3x^3 - 5x + 3/2 \\ \underline{6x^5 - 18x^3} \\ -10x^3 \\ \underline{-10x^3} \\ -30x \\ \underline{-30x} \\ 3x^2 - 9 \\ \underline{3x^2 - 9} \\ 0 \end{array}$$

Ans. $3x^3 - 5x + \frac{3}{2}$

(h) $a^3 - 14a^2 + 37a - 26 \div a^2 - 12a + 13$

$$\begin{array}{r}
 a^2 - 12a + 13 \overline{) a^3 - 14a^2 + 37a - 26} \quad (a-2 \\
 \underline{a^3 - 12a^2 + 13a} \\
 -2a^2 + 24a - 26 \\
 \underline{-2a^2 + 24a - 26} \\
 0
 \end{array}$$

Ans. $a - 2$

(i) $(6x^5 + 4x^4 - 27x^3 - 7x^2 - 27x + \frac{3}{2}) \div (2x^2 - 3)$

$$\begin{array}{r}
 2x^2 - 3 \overline{) 6x^5 + 4x^4 - 27x^3 - 7x^2 + 27x + 3/2} \quad (3x^3 + 2x^2 - 9x - 1/2 \\
 \underline{6x^5 + 0x^4 - 9x^3 - 6x^2 + 27x} \\
 4x^4 - 18x^3 - x^2 \\
 \underline{4x^4} \\
 -18x^3 - x^2 \\
 \underline{-18x^3} \\
 + \\
 -x^2 + 3/2 \\
 \underline{-x^2 + 3/2} \\
 0
 \end{array}$$

Ans. $3x^3 + 2x^2 - 9x - \frac{1}{2}$

(j) $(y^5 + 5y^3 + 3y^2 + 5y + 3) \div (y^2 + 4y + 2)$

$$\begin{array}{r}
 y^2 + 4y + 2 \overline{) y^5 + 5y^3 + 3y^2 + 5y + 3} \quad (y^3 - 4y^2 + 19y - 65 \\
 \underline{y^5 + 4y^4 + 2y^3} \\
 -4y^4 + 3y^3 + 3y^2 \\
 \underline{-4y^4 - 16y^3 - 8y^2} \\
 + \quad + \quad + \\
 19y^3 + 11y^2 + 5y \\
 \underline{19y^3 + 76y^2 + 38y} \\
 -65
 \end{array}$$

$$\frac{-65y^2 - 33y + 3}{\frac{-65y^2 - 260y - 130}{+} + \frac{+}{+}} = \frac{-65y^2 - 33y + 3}{227y^2 + 133}$$

$$\text{उत्तर } Q = y^3 - 4y^2 + 19y - 65$$

$$R = 227y + 133$$

4. भाग को प्रयोग करके ज्ञात कीजिए कि क्या पहला बहुपद दूसरे का गुणखंड है या नहीं-

(a) $(x + 5); (x^4 + 4x^3 - 2x^2 + 10x - 25)$

$$\begin{array}{r} x + 5 \overline{) x^4 + 4x^3 - 2x^2 + 10x - 25} \quad (x^3 - x^2 + 3x - 1 \\ \underline{x^4 + 5x^3} \\ -x^3 - 2x^2 \\ \underline{-x^3 - 5x^2} \\ 3x^2 + 5x \\ \underline{3x^2} \\ 5x - 25 \\ \underline{-5x + 25} \\ 0 \end{array}$$

उत्तर -हाँ

(b) $(t^3 + 1); (t^6 + 3t^2 + 10)$

$$\begin{array}{r} t^3 + 1 \overline{) t^6 + 3t^2 + 10} \quad (t^3 + 1 \\ \underline{t^6 + t^3} \\ t^3 + 3t^2 + 9 \\ \underline{t^3} \\ 3t^2 + 9 \end{array}$$

उत्तर -नहीं

(c) $(2y^2 - 6); (6y^5 - 28y^3 + 3y^2 + 30y - 9)$

$$\begin{array}{r}
2y^2 - 6 \overline{) 6y^5 - 28y^3 + 3y^2 + 30y - 9} \quad (3y^3 - 5y - 3/2) \\
\underline{6y^5 - 18y^3 + 30y} \\
-10y^3 + 3y^2 \\
+10y^3 \\
\underline{ + 3y^2} \\
3y^2 - 9 \\
\underline{3y^2 - 9} \\
0
\end{array}$$

उत्तर: हॉ

5. $(2x - 3)(2x^4 - x^3 - 3x^2 - 2x + a)$

$(2x^4 - x^3 - 3x^2 - 2x + a)$ में $x = \frac{3}{2}$ रखने पर

$$2\left(\frac{3}{2}\right)^4 - \left(\frac{3}{2}\right)^3 - 3 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{3}{2} + a$$

$$2 \times \frac{81}{16} - \frac{27}{8} - 3 \times \frac{9}{4} - 2 \times \frac{3}{2} + a$$

$$\frac{81}{8} - \frac{27}{8} - \frac{27}{4} - 3 = -a$$

$$\frac{81 - 27 - 54 - 24}{8} = -a$$

$$\frac{81 - 105}{8} = -a$$

$$a = \frac{105 - 81}{8}$$

$$a = \frac{24}{8} \Rightarrow a = 3$$

6. $3x^4 + 5x^3 - x^2 + 13x + 9 \div (3x + 2)$

$$\begin{array}{r}
3x + 2 \overline{) 3x^4 + 5x^3 - x^2 + 13x + 9} \quad (x^3 + x^2 - x + 5) \\
\underline{3x^4 + 2x^3} \\
3x^3 - x^2 \\
\underline{3x^3 - 2x^2} \\
-x^2 + 13x + 9
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
x^2 + 13x \\
-3x^2 - 2x \\
+ \quad + \\
\hline
4x^2 + 15x + 9 \\
15x + 10 \\
- \quad - \\
\hline
4x^2 - 1
\end{array}$$

उत्तर $Q = x^3 + x^2 - x + 5$, $R = 4x^2 - 1$

$$\begin{array}{r}
7. \quad 4x^2 + 3x - 2 \overline{) 8x^4 + 14x^3 - 2x^2 + 7x - 8} \quad (2x^2 + 2x - 1 \\
\underline{8x^4 + 6x^3 - 4x^2} \\
8x^3 + 2x^2 + 7x \\
\underline{8x^3 + 6x^2 - 4x} \\
-4x^2 + 11x - 8 \\
\underline{-4x^2 - 3x + 2} \\
14x - 10
\end{array}$$

उत्तर : $14x - 10$

अभ्यास 5 C

1. वर्ग ज्ञात कीजिए :

(a) $(3x + 5)^2 = 9x^2 + 30x + 25$
 $= 9x^2 + 25 + 30x$

(b) $(y - 9)^2 = y^2 + 81 - 18y$

(c) $(5x^2 - 4y^2)^2 = 25x^4 + 16y^2 - 40x^2y^2$

(d) $\left(7x - \frac{1}{2}y\right)^2 = 49x^2 + \frac{1}{4}y^2 - 7x \times \frac{1}{2}y \times 2$
 $= 49x^2 + \frac{1}{4}y^2 - 7xy$

(e) $\left(2x + \frac{3}{x}\right)^2 = 4x^2 + \frac{9}{x^2} + 2 \times 2x \times \frac{3}{x}$
 $= 4x^2 + \frac{9}{x^2} + 12$

$$\begin{aligned}
\text{(f)} \quad (5ab - 6cd)^2 &= 25a^2b^2 + 36c^2d^2 - 2 \times 5ab \times 6cd \\
&= 25a^2b^2 + 36c^2d^2 - 60abcd \\
\text{(g)} \quad \left(\frac{3x}{4} - \frac{4y}{5}\right)^2 &= \left(\frac{3x}{4}\right)^2 + \left(\frac{4y}{5}\right)^2 - 2 \times \frac{3x}{4} \times \frac{4y}{5} \\
&= \frac{9x^2}{16} + \frac{16y^2}{25} - \frac{6xy}{5}
\end{aligned}$$

2. निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

$$\begin{aligned}
\text{(a)} \quad 81a^2 + 9b^2 - 54ab, \text{ जबकि } a = -1, b = -4 \\
81(-1)^2 + 9(-4)^2 - 54 \times -1 \times -4 \\
= 81 \times 1 + 9 \times 16 - 54 \times 4 \\
= 81 + 144 - 216 \\
= 225 - 216 = 9
\end{aligned}$$

उत्तर- 9

$$\begin{aligned}
\text{(b)} \quad 36x^2 + 49y^2 + 84xy, \text{ जबकि } x = 3, y = 6 \\
36(3)^2 + 49(6)^2 + 84 \times 3 \times 6 \\
36 \times 9 + 49 \times 36 + 84 \times 18 \\
324 + 1764 + 1512 \\
= 3600
\end{aligned}$$

उत्तर- 3600

$$\begin{aligned}
\text{(c)} \quad 25x^2 + 16y^2 - 40xy, \text{ जबकि } x = 6, y = 7 \\
25(6)^2 + 16(7)^2 - 40 \times 6 \times 7 \\
= 25 \times 36 + 16 \times 49 - 40 \times 42 \\
= 900 + 784 - 1680 \\
= 1684 - 1680 = 4
\end{aligned}$$

उत्तर- 4

$$\begin{aligned}
\text{(d)} \quad 4x^2 + \frac{9}{x^2} - 12, \text{ जबकि } x = 2 \\
4(2)^2 + \frac{9}{(2)^2} - 12
\end{aligned}$$

$$4 \times 4 + \frac{9}{4} - 12$$

$$16 - 12 + \frac{9}{4}$$

$$4 + \frac{9}{4}$$

$$\frac{16 + 9}{4} = \frac{25}{4}$$

$$\text{उत्तर-} \frac{25}{4}$$

3. यदि $x - \frac{1}{x} = 5$, तो $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$ और $\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)$ का मान ज्ञात करना है।

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (5)^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \times x \times \frac{1}{x} = 25$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 25$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 25 + 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 27$$

$$\text{अब } \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (27)^2$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} + 2x^2 \times \frac{1}{x^2} = 729$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 729$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 729 - 2$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 727$$

उत्तर- 7, 727.

4. यदि $x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$, तो $\left(x + \frac{1}{x}\right)$ का मान ज्ञात करना है

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2x \times \frac{1}{x}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 23 + 2$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{25}$$

उत्तर- $x + \frac{1}{x} = 5$

5. यदि $x^2 + \frac{1}{x^2} = 38$, तो $\left(x - \frac{1}{x}\right)$ तथा $x^4 - \frac{1}{x^4}$ का मान ज्ञात करना है

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2x \times \frac{1}{x}$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 38 - 2$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 36$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right) = \sqrt{36}$$

$\therefore x - \frac{1}{x} = 6$

उत्तर- 6

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (38)^2$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} + 2x^2 \times \frac{1}{x^2} = (38)^2$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 1444$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 1444 - 2$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 1442$$

उत्तर- 1442

6. सर्वसमिकाओं का प्रयोग करके निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad (103)^2 &= (100 + 3)^2 \\ &= (100)^2 + (3)^2 + 2 \times 100 \times 3 \\ &= 1000 + 9 + 600 \\ &= 10609 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad (98)^2 &= (100 - 2)^2 \\ &= (100)^2 + (2)^2 - 2 \times 100 \times 2 \\ &= 10000 + 4 - 400 \\ &= 10004 - 400 \\ &= 9604 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad (10.3)^2 &= (10 + .3)^2 \\ &= (10)^2 + (.3)^2 + 2 \times 10 \times .3 \\ &= 100 + .09 + 6.0 \\ &= 106.09 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad (99.5)^2 &= (100 - .5)^2 \\ &= (100)^2 + (.5)^2 - 2 \times 100 \times .5 \\ &= 10000 + .25 - 1000 \\ &= 10000.25 - 1000 \\ &= 9900.25 \end{aligned}$$

7. मान ज्ञात कीजिए :

$$\text{(a)} \quad 176 \times 176 - 124 \times 124 \quad \text{(b)} \quad 0.68 \times 0.68 - 0.32 \times 0.32$$

$$\text{माना } a = 176, b = 124$$

$$a^2 - b^2 = 0$$

$$a = 0.68, b = 0.32$$

$$a^2 - b^2$$

$$(176)^2 - (124)^2$$

$$30976 - 15376$$

$$\text{उत्तर-15600}$$

$$(0.68)^2 - (0.32)^2$$

$$0.4624 - 0.1024$$

$$= 0.36$$

$$\text{उत्तर-0.36}$$

$$(c) 1.06 \times 1.06 - 2 \times 1.06 \times 0.06 + 0.06 + 0.06 \times 0.06$$

$$\text{माना } a = 1.06, b = .06$$

$$a^2 - 2 \times ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = (1.06 - .06)^2$$

$$= (1.00)^2 = 1$$

$$\text{उत्तर-1}$$

$$(d) \frac{23.71 \times 23.71 - 16.29 \times 16.29}{0.742}$$

$$\text{माना } a = 23.71, b = 16.29$$

$$\frac{a^2 - b^2}{0.742} = \frac{(23.71)^2 - (16.29)^2}{0.742}$$

$$= \frac{(23.71 + 16.29)(23.71 - 16.29)}{0.742}$$

$$= \frac{40.00 \times 7.42}{0.742}$$

$$= \frac{40000 \times 742}{74200}$$

$$\text{उत्तर-400}$$

8. प्रसार कीजिए:

$$(a) (3x + 2y + 4z)^2$$

$$\text{सर्वसमिका } (a + b + c)^2 =$$

$$(a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca)$$

$$= (3x)^2 + (2y)^2 + (4z)^2 + 2 \times 3x \times 2y + 2 \times$$

$$2y \times 4z + 2 \times 3x \times 4z$$

$$= 9x^2 + 4y^2 + 16z^2 + 12xy + 16yz + 24xz$$

$$\begin{aligned}
\text{(b)} \quad & (2x - y + 3z)^2 \\
& = (2x)^2 + (-y)^2 + (3z)^2 + 2 \times 2x \times -y + 2 \times -y \times 3z + 2 \\
& \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \times 2x \times 3z \\
& = 4x^2 + y^2 + 9z^2 - 4xy - 6yz + 12xz
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(c)} \quad & (x - 2y - 5z)^2 \\
& = x^2 + (-2y)^2 + (-5z)^2 + 2 \times x \times -2y + 2 \times -2y \times \\
& \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad -5z + 2 \times x \times -5z \\
& = x^2 + 4y^2 + 25z^2 - 4xy + 20yz - 10xz
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(d)} \quad & (5 + 4a - 8b)^2 = (5)^2 + (4a)^2 + (-8b)^2 + 2 \times 5 \times 4a \\
& \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad + 2 \times 4a \times -8b + 2 \times 5 \times -8b \\
& = 25 + 16a^2 + 64b^2 + 40a - 64ab - 80b
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(e)} \quad & (x^2 + y^2 + z^2)^2 \\
& = (x^2)^2 + (y^2)^2 + (z^2)^2 + 2 \times x^2 y^2 + 2y^2 z^2 + 2x^2 z^2 \\
& = x^4 + y^4 + z^4 + 2x^2 y^2 + 2y^2 z^2 + 2x^2 z^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(f)} \quad & (xy + yz + zx)^2 \\
& = (xy)^2 + (yz)^2 + (zx)^2 + 2x^2 y + 2xy \times yz + 2yz \\
& \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \times zx + 2xy \times zx \\
& = x^2 y^2 + y^2 z^2 + z^2 x^2 + 2xy^2 z + 2yz^2 x + 2x^2 yz
\end{aligned}$$

9. $x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4xy + 12yz + 6xz$ जबकि $x = 4, y = 5, z = 3$

x, y, z के मान उपर्युक्त बहुपदीय व्यंजक में रखने पर-

$$(4)^2 + 4(5)^2 + 9(3)^2 + 4 \times 4 \times 5 + 12 \times 5 \times 3 + 6 \times 4 \times 3$$

$$16 + 4 \times 25 + 9 \times 9 + 80 + 180 + 72$$

$$16 + 100 + 81 + 80 + 180 + 72 = 529$$

10. $4x^2 + y^2 + 25z^2 + 4xy - 10yz - 20xz$ का मान ज्ञात करना है जबकि

$$x = 4, y = 3 \text{ और } z = 2$$

x, y, z के मान उपर्युक्त बहुपदीय व्यंजक में रखने पर-

$$4(4)^2 + (3)^2 + 25 \times (2)^2 + 4 \times 4 \times 3 - 10 \times 3 \times 2 - 20 \times 4 \times 3$$

$$\begin{aligned}
& 4 \times 16 + 9 + 25 \times 4 + 48 - 60 - 240 \\
& = 64 + 9 + 100 + 48 - 60 - 240 \\
& 221 - 300 = -79
\end{aligned}$$

11. यदि $x + y + z = 9$ और $xy + yz + zx = 23$ तो $x^2 + y^2 + z^2 = ?$

$$(x + y + z)^2 = (9)^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz = 81$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz) = 81$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2 \times 23 = 81$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 46 = 81$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 81 - 46$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 35$$

12. यदि $x + y + z = 15$ और $x^2 + y^2 + z^2 = 77$ तो $xy + yz + zx = ?$

$$(x + y + z)^2 = (15)^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz = 225$$

$$77 + 2(xy + yz + xz) = 225$$

$$2(xy + yz + xz) = 225 - 77$$

$$2(xy + yz + xz) = 148$$

$$2(xy + yz + xz) = \frac{148}{2} = 74$$

उत्तर- = 74

अभ्यास 5 D

1. निम्नलिखित का घन ज्ञात कीजिए :

(a) $(5x + 9y)^3$, सर्वसमिका $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$ के

अनुसार-

$$= (5x)^3 + (9y)^3 + 3 \times 5x \times 9y(5x + 9y)$$

$$= 125x^3 + 729y^3 + 135xy(5x + 9y)$$

$$= 125x^3 + 729y^3 + 135xy \times 5x + 135xy \times 9y$$

$$= 125x^3 + 729y^3 + 675x^2y + 1215xy^2$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad (3p - 2q)^3 &= (3p)^3 + (2q)^3 + 3 \times 3p \times 2q(3p + 2q) \\ &= 27p^3 - 8q^3 - 18pq(3p - 2q) \\ &= 27p^3 - 8q^3 - 54p^2q + 36pq^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad (x + 1)^3 &= x^3 + 1 + 3 \times x \times 1(x + 1) \\ &= x^3 + 1 + 3x(x + 1) \\ &= x^3 + 1 + 3x^2 + 3x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad (x - 1)^3 &= x^3 + (-1)^3 + 3x \times -1(x - 1) \\ &= x^3 - 1 - 3x(x - 1) \\ &= x^3 - 1 - 3x^2 + 3x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(e)} \quad \left(\frac{2}{3}a + \frac{5}{3}b\right)^3 &= \left(\frac{2}{3}a\right)^3 + \left(\frac{5}{3}b\right)^3 + 3 \times \frac{2}{3}a \\ &\quad \times \frac{5}{3}b \left(\frac{2}{3}a + \frac{5}{3}b\right) \\ &= \frac{8}{27}a^3 + \frac{125}{27}b^3 + \frac{10ab}{3} \left(\frac{2}{3}a + \frac{5}{3}b\right) \\ &= \frac{8}{27}a^3 + \frac{125}{27}b^3 + \frac{10ab}{3} \times \frac{2}{3}a + \frac{10ab}{3} \times \frac{5}{3}b \\ &= \frac{8}{27}a^3 + \frac{125}{81}b^3 + \frac{20a^2b}{9} + \frac{50ab^2}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(f)} \quad \left(2x + \frac{3}{x}\right)^3 &= (2x)^3 + \left(\frac{3}{x}\right)^3 + 3 \times 2x \times \frac{3}{x} \left(2x + \frac{3}{x}\right) \\ &= 8x^3 + \frac{27}{x^3} + 18 \times 2x + 18 \times \frac{3}{x} \\ &= 8x^3 + \frac{27}{x^3} + 36x^2 + \frac{54}{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(g)} \quad \left(2x + \frac{1}{4y}\right)^3 &= (2x)^3 + \left(\frac{1}{4y}\right)^3 + 3 \times 2x \times \frac{1}{4y} \left(2x + \frac{1}{4y}\right) \\ &= 8x^3 + \frac{1}{64y^3} + \frac{3x}{2y} \times 2x + \frac{3x}{2y} \times \frac{1}{4y} \end{aligned}$$

$$= 8x^3 + \frac{1}{64y^3} + \frac{3x^2}{y} + \frac{3x}{8y^2}$$

2. निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

(a) $a^3 + 8b^3$; यदि $a + 2b = 10$, $ab = 15$

सर्वसमिका-

$$(a + 2b)^3 = a^3 + 8b^3 + 3a \times 2b(2 + 2b)$$

$$(10)^3 = a^3 + 8b^3 + 3 \times 2 \times 15 \times 10$$

$$1000 = a^3 + 8b^3 + 900$$

$$\therefore a^3 + 8b^3 = 1000 - 900$$

$$a^3 + 8b^3 = 100 \text{ उत्तर}$$

(b) $a^3 - b^3$; यदि $a - b = -8$ और $ab = -12$

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

$$(-8)^3 = a^3 - b^3 - 3 \times -12 \times (-8)$$

$$-512 = a^3 - b^3 - 198$$

$$\therefore a^3 - b^3 = -512 + 198$$

$$\therefore a^3 - b^3 = -224$$

उत्तर- = -224

(c) $x^3 - y^3$; यदि $x - y = \frac{10}{9}$

$$xy = \frac{5}{3}$$

$$(x - y)^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x - y)$$

$$\left(\frac{10}{9}\right)^3 = x^3 - y^3 - 3 \times \frac{5}{3} \times \frac{10}{9}$$

$$\frac{1000}{729} = x^3 - y^3 - \frac{50}{9}$$

या $x^3 - y^3 = \frac{1000}{729} + \frac{50}{9}$

या $x^3 - y^3 = \frac{1000 + 4050}{729}$

$$= \frac{5050}{729}$$

उत्तर- $\frac{5050}{729}$

(d) $64a^3 - 125b^3$; यदि $4a - 5b = 16$ और $ab = 12$
 $(4a - 5b)^3 = 64a^3 - 125b^3 - 3 \times 4a \times 5b(4a - 5b)$
 $(16)^3 = 64a^3 - 125b^3 - 60 \times 12 \times 16$
 $4096 = 64a^3 - 125b^3 - 11520$
या $6493,125 b^3 = 4096 + 11520$
 $= 15616$

उत्तर-15616

(e) $27x^3 - 8y^3$; यदि $3x - 2y = 5$ और $xy = 1$
 $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 8y^3 - 3 \times 3x \times 2y(3x - 2y)$
 $(5)^3 = 27x^3 - 8y^3 - 18 \times 1 \times 5$
 $125 = 27x^3 - 8y^3 - 90$
या $27x^3 - 8y^3 = 90 + 125 = 215$

(f) $a^3 - \frac{1}{a^3}$; यदि $a - \frac{1}{a} = 5$
 $\left(a - \frac{1}{a}\right)^3 = a^3 - \frac{1}{a^3} - 3 \times a \times \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right)$
 $(5)^3 = a^3 - \frac{1}{a^3} - 3 \times 5$
 $125 = 93 - \frac{1}{a^3} - 15$
या $a^3 - \frac{1}{a^3} = 125 + 15 = 140$

उत्तर-140

(g) $a^3 + \frac{1}{a^3}$; यदि $a + \frac{1}{a} = 4$
 $\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 = a^3 + \frac{1}{a^3} + 3a \times \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right)$

$$(4)^3 = a^3 + \frac{1}{a^3} + 3 \times 4$$

$$64 = a^3 + \frac{1}{a^3} + 12$$

$$\text{या } a^3 + \frac{1}{a^3} = 64 - 12 = 52$$

उत्तर- 52

$$(h) a^3 + \frac{1}{a^3}; \text{ यदि } a + \frac{1}{a} = 6$$

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 = a^3 + \frac{1}{a^3} + 3a \times \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right)$$

$$(6)^3 = a^3 + \frac{1}{a^3} + 3 \times 6$$

$$216 = a^3 + \frac{1}{a^3} + 18$$

$$\text{या } a^3 + \frac{1}{a^3} = 216 - 18$$

$$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = 198$$

$$(i) 8a^3 - 27b^3 - 18ab(2a - 3b); \text{ जहाँ } a = 8, b = 5$$

$$(2a - 3b)^3 = 8a^3 - 27b^3 - 3 \times 2 \times 5$$

$$(2a - 3b)^3 = 8a^3 - 27b^3 - 18ab(2a - 3b)$$

$$(2 \times 8 - 3 \times 5)^3 = (16 - 15)^3 = (1)^3 = 1$$

उत्तर-1

3. सर्वसमिका का प्रयोग करके निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

$$\begin{aligned} (a) (1001)^3 &= (1000 + 1)^3 \\ &= (1000)^3 + (1)^3 + 3 \times 1000 \times 1(1000 + 1) \\ &= 1000000000 + 1 + 3000 \times 1001 \\ &= 1000000000 + 1 + 3003000 \end{aligned}$$

उत्तर-1003, 003, 001

$$(b) (97)^3 = (100 - 3)^3$$

$$\begin{aligned}
&= (100)^3 - (3)^3 - 3 \times 100 \times 3(100 - 3) \\
&= 1000000 - 27 - 900 \times 97 \\
&= 1000000 - 27 - 87300 \\
&= 1000000 - 87327
\end{aligned}$$

उत्तर-912673

$$\begin{aligned}
\text{(c)} \quad (598)^3 &= (600 - 2)^3 \\
&= (600)^3 - (2)^3 - 3 \times 600 \times 2(600 - 2) \\
&= 216000000 - 8 - 3600 \times 598 \\
&= 216000000 - 8 - 2152800 \\
&= 216000000 - 2152808
\end{aligned}$$

उत्तर- 213847,192

$$\begin{aligned}
\text{(d)} \quad (9.9)^3 &= (10 - .1)^3 \\
&= (10)^3 - (.1)^3 - 3 \times 10 \times .1(10 - .1) \\
&= 1000 - .001 - 3 \times 9.9 \\
&= 1000 - .001 - 29.7 \\
&= 1000 - 29.70
\end{aligned}$$

उत्तर- 970 . 299

$$\begin{aligned}
\text{(e)} \quad (10.2)^3 &= (10 + .2)^3 \\
&= (10)^3 + (.2)^3 + 3 \times 10 \times .2(10 + .2) \\
&= 1000 + .008 + 6 \times 10.2 \\
&= 1000 + .008 + 61.2
\end{aligned}$$

उत्तर-1061. 208

4. सरल कीजिए :

$$\begin{aligned}
\text{(a)} \quad (2x + 5)^3 - (2x - 5)^3 \\
&= (2x)^3 + (5)^3 + 3 \times 2x \times 5(2x + 5) \\
&\quad - [(2x)^3 - (5)^3 - 3 \times 2x \times 5(2x - 5)] \\
&= (2x)^3 + (5)^3 + 30x(2x + 5) - [(2x)^3 - (5)^3 - 30x(2x - 5)]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (2x)^3 + (5)^3 + 30x(2x + 5) - (2x)^3 + (5)^3 + 30x(2x - 5) \\
&= 125 + 60x^3 + 150x + 125 + 60x^2 - 150x \\
&= 250 + 120x^2
\end{aligned}$$

या $120x^2 + 250$

$$\begin{aligned}
\text{(b) } &(3x + 8y)^3 - (3x - 8y)^3 \\
&= (3x)^3 + (8y)^3 + 3 \times 3x \times 8y(3x + 8y) \\
&\quad - [(3x)^3 - (8y)^3 - 3 \times 3x \times 8y(3x - 8y)] \\
&= (3x)^3 + (8y)^3 + 72xy(3x + 8y) \\
&\quad - [(3x)^3 - (8y)^3 - 72xy(3x - 8y)] \\
&= (3x)^3 + (8y)^3 + 72xy(3x + 8y) \\
&\quad - 3x^3 + (8y)^3 + 72xy(3x - 8y) \\
&= (3x)^3 + (8y)^3 + 72xy(3x + 8y) - 3x^3 + (8y)^3 \\
&\quad + 72xy(3x - 8y) \\
&= (8y)^3 + 216x^2y + 576xy^2 + (8y)^3 + 216x^2y - 576xy^2 \\
&= 572y^3 + 432x^2y + 512y^3 \\
&= 1024y^3 + 432x^2y
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(c) } &\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right)^3 - \left(\frac{x}{2} - \frac{y}{3}\right)^3 \\
&= \left(\frac{x}{2}\right)^3 + \left(\frac{y}{3}\right)^3 + 3 \times \frac{x}{2} \times \frac{y}{3} \left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right) \\
&\quad - \left[\left(\frac{x}{2}\right)^3 - \left(\frac{y}{3}\right)^3 - 3 \times \frac{x}{2} \times \frac{y}{3} \left(\frac{x}{2} - \frac{y}{3}\right)\right] \\
&= \left(\frac{x}{2}\right)^3 + \left(\frac{y}{3}\right)^3 + \frac{xy}{2} \left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right) \\
&\quad - \left(\frac{x}{2}\right)^3 + \left(\frac{y}{3}\right)^3 - \frac{xy}{2} \left(\frac{x}{2} - \frac{y}{3}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{x}{2}\right)^3 + \left(\frac{y}{3}\right)^3 + \frac{x^2y}{4} + \frac{xy^2}{6} - \left(\frac{x}{2}\right)^3 + \left(\frac{y}{3}\right)^3 - \frac{x^2y}{4} + \frac{xy^2}{6} \\
&= 2\left(\frac{y}{3}\right)^3 + 2 \times \frac{xy^2}{6} \\
\text{उत्तर-} &\frac{2y^3}{27} + \frac{xy^2}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(d)} \quad &\left(\frac{p}{2} - \frac{q}{3}\right)^3 - \left(\frac{p}{2} + \frac{q}{3}\right)^3 \\
&= \left(\frac{p}{2}\right)^3 - \left(\frac{q}{3}\right)^3 - 3 \times \frac{p}{2} \times \frac{q}{3} \left(\frac{p}{2} - \frac{q}{3}\right) \\
&\quad - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^3 + \left(\frac{q}{3}\right)^3 + 3 \times \frac{p}{2} \times \frac{q}{3} \left(\frac{p}{2} + \frac{q}{3}\right)\right] \\
&= \left(\frac{p}{2}\right)^3 - \left(\frac{q}{3}\right)^3 - \frac{pq}{2} \left(\frac{p}{2} - \frac{q}{3}\right) \\
&\quad - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^3 + \left(\frac{q}{3}\right)^3 + \frac{pq}{2} \left(\frac{p}{2} + \frac{q}{3}\right)\right] \\
&= \left(\frac{p}{2}\right)^3 - \left(\frac{q}{3}\right)^3 - \frac{pq^2}{4} + \frac{pq^2}{6} - \left(\frac{p}{2}\right)^3 - \left(\frac{q}{3}\right)^3 - \frac{p^2q}{4} - \frac{pq^2}{6} \\
&= 2 \times \left(\frac{-q}{3}\right)^3 - 2 \times \frac{pq}{4} \\
&= 2 \times \frac{-q}{27} - \frac{pq}{2} \\
\text{उत्तर-} &\frac{-2q^3}{27} - \frac{pq^2}{2}
\end{aligned}$$

अभ्यास 5 E

1. निम्नलिखित गुणनफल ज्ञात कीजिए :

$$(a) (x + 5)(x + 3)$$

$$\text{सर्वसमिका} - (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$\text{अब } x^2 + (5 + 3)x + 5 \times 3$$

उत्तर $-x^2 + 8x + 15$

(b) $(x - 3)(x - 5)$

सर्वसमिका $-(x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab$

अब $x^2 - (-3 - 5)x + -3 \times -5$

$x^2 - 8x + 15$

(c) $(x - 5)(x - 3)$

$= x^2 - (-3 - 5)x + -3 \times -5$

$= x^2 - 8x + 15$

(d) $(x - 2)(x + 9)$

$= [x + (-2)](x + 9)$

$= x^2 + [(-2) + 9]x + (-9) \times 2$

$= x^2 + 7x - 18$

(e) $(x + 2)(x - 9)$

$= (x + 2)[x + (-9)]$

$= x^2 + [2 + (-9)]x + 2 \times (-9)$

$= x^2 + (2 - 9)x - 18$

$= x^2 - 7x - 18$

(f) $(x - 5)(x - 7)$

$= x^2 - (-5 - 7)x + -5 \times -7$

$= x^2 - 12x + 35$

(g) $(3x + 5)(3x - 7)$

$= (3x)^2 - 21x + 15x + 5 \times -7$

$= 9x^2 - 21x + 15x - 35$

$= 9x^2 - 6x - 35$

(h) $(2x - 3)(2x - 5)$

$= (2x)^2 - 10x - 6x - (-3 \times -5)$

$= 4x^2 - 16x + 15$

$$\begin{aligned}
 \text{(i)} \quad & \left(a + \frac{4}{3}\right)\left(a + \frac{1}{3}\right) \\
 &= (a)^2 + \frac{a}{3} + \frac{4a}{3} + \frac{4}{3} \times \frac{1}{3} \\
 &= a^2 + \frac{5a}{3} + \frac{4}{9}
 \end{aligned}$$

2. सर्वसमिका $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ का प्रयोग करके निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए :

सर्वसमिका $(x + 9)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ का प्रयोग

(a) 101×103

$$(100 + 1)(100 + 3)$$

माना $x = 100, a = 1, b = 3$

अब $(100)^2 + (1 + 3)100 + 1 \times 3$

$$= 10000 + 400 + 3$$

$$= 10000 + 403$$

उत्तर-10403

(b) 97×102

$$= (100 - 3)(100 + 2)$$

$$= (100)^2 + (-3 + 2) \times 100 - 3 \times 2$$

$$= 10000 - 100 - 6$$

$$= 10000 - 106$$

उत्तर- 9894

(c) 96×105

$$= (100 - 4)(100 + 5)$$

$$= (100)^2 + 5 \times 100 + 100 \times -4 + (-4 \times 5)$$

$$= 10000 + 500 - 400 - 20$$

$$= 10000 + 80$$

उत्तर-10080

(d) 51×53

$$\begin{aligned}
&= (50 + 1)(50 + 3) \\
&= (50)^2 + 50 \times 3 + 50 \times 1 + 1 \times 3 \\
&= 2500 + 150 + 50 + 3 \\
&2500 + 203
\end{aligned}$$

उत्तर- 2703

(e) 51×48

$$\begin{aligned}
&= (50 + 1)(50 - 2) \\
&= (50)^2 + 50 \times 2 + 1 \times 50 + 1 \times -2 \\
&= 2500 - 100 + 50 - 2 \\
&= 2500 - 52
\end{aligned}$$

उत्तर-2448

(f) 103×96

$$\begin{aligned}
&= (100 + 3)(100 - 4) \\
&= (100)^2 + 100 \times -4 + 100 \times 3 + 3 \times -4 \\
&= 10000 - 400 + 300 - 12 \\
&= 10000 - 112
\end{aligned}$$

उत्तर-9888

3. निम्नलिखित गुणनफल ज्ञात कीजिए :

(a) $(x - 4)(x^2 + 4x + 16)$ की $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ से तुलना करने पर हम पाते हैं कि-

$$a = x, b = 4$$

क्योंकि $= (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$$\begin{aligned}
&= a^3 - b^3 \\
&= (x - 4)(x^2 + 4x + 16) \\
&= (x - 4)[(x)^2 + 2x \times 2 + (4)^2] \\
&= (x)^3 - (4)^3 \\
&= x^3 - 64
\end{aligned}$$

(b) $(5 - x)(25 + 5x + x^2)$

$$\begin{aligned}
\text{या} &= (5-x)(x^2 + 5x + 25) \\
&= (5-x)[(x)^2 + 5 \times x + (5)^2] \\
&= (5)^3 - (x)^3 \\
&= 125 - x^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(c)} \quad &(2x-5y)(4x^2 + 10xy + 25y^2) \\
&= (2x-5y)[(2x)^2 + 2 \times 5xy + (5y)^2] \\
&= (2x)^3 - (5y)^3 \\
&= 8x^3 - 125y^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(d)} \quad &(3z-1)(9z^2 + 3z + 1) \\
&= (3z-1)[(3z)^2 + 3 \times z + (1)^2] \\
&= (3z)^3 - (1)^3 \\
&= 27z^3 - 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(e)} \quad &(5x+2y)(25x^2 - 10xy + 4y^2) \\
&= (5x+2y) [(5x)^2 - 2 \times 5xy + (2y)^2] \\
&= (5x)^3 + (2y)^3 \\
&= 125x^3 + 8y^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(f)} \quad &\left(2 + \frac{5}{x}\right)\left(4 - \frac{10}{x} + \frac{25}{x^2}\right) \\
&= \left(2 + \frac{5}{x}\right)\left[(2)^2 - 2\left(\frac{5}{x}\right) + \left(\frac{5}{x}\right)^2\right] \\
&= (2)^3 + \left(\frac{5}{x}\right)^3 = 8 + \frac{125}{x^3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(g)} \quad &\left(3x - \frac{y}{2}\right)\left(9x^2 + \frac{3}{2}xy + \frac{1}{4}y^2\right) \\
&= \left(3x - \frac{y}{2}\right)\left[(3x)^2 + 3 \times \frac{1}{2}xy + \left(\frac{1}{3}y\right)^2\right] \\
&= (3x)^3 - \left(\frac{4}{2}\right)^3 = 27x^3 - \frac{64}{8}
\end{aligned}$$

4. सरलीकरण कीजिए :

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & (x+5)(x^2-5x+25) - (x+4)(x^2-4x+16) \\ &= (x+5)[(x)^2 - 5 \times x + (5)^2] - (x+4)[(x)^2 - 2 \times 2x + (4)^2] \\ &= x^3 + (5)^3 - [(x)^3 + (4)^3] \\ &= x^3 + 125 - x^3 - 64 \\ &= 61 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & (x+5)(x-4) + (x-4)(x-3) - (x+3)(x-2) \\ &= x^2 - 4x + 5x - 20 + x^2 - 3x - 4x + 12 \\ & \quad \quad \quad - [(x^2 - 2x + 3x - 6)] \\ &= x^2 + x - 20 + x^2 - 7x + 12 - x^2 - x + 6 \\ &= x^2 - 7x - 2 \end{aligned}$$

5. सिद्ध कीजिए कि:

$$\begin{aligned} &= (3x-5y)^3 + (2y-5x)^3 + (2x+3y)^3 \\ &= 3(3x-5y)(2y-5x)(2x+3y) \end{aligned}$$

हम जानते हैं $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$

या $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

$$\begin{aligned} \text{अब } & (3x-5y)^3 + (2y-5x)^3 + (2x+3y)^3 \\ & \quad \quad \quad - 3(3x-5y)(2y-5x)(2x+3y) \\ &= (3x-5y)^3 + (2y-5x)^3 + (2x+3y)^3 \\ &= 3(3x-5y)(2y-5x)(2x+3y) \end{aligned}$$

6. यदि $a + b + c = 9$ और $ab + bc + ac = 26$, तो

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = ?$$

$$(a + b + c)^2 = 9 \quad \dots\text{(i)}$$

समीकरण (i) के दोनों पक्षों का वर्ग करने पर।

$$(a + b + c)^2 = 81 \quad \dots\text{(ii)}$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac) = 81$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2 \times 26 = 81$$

$$\begin{aligned}
&= a^2 + b^2 + c^2 + 52 = 81 = 81 - 52 \\
&= a^2 + b^2 + c^2 = +29 \\
\therefore a^3 + b^3 + c^3 - 3abc &= (a + b + c) \\
&= [a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ac)] \\
&= 9 \times [+29 - 26] \\
&= 9 \times 3 = 27
\end{aligned}$$

उत्तर-27

7. यदि $a + b + c = 15$ और $a^2 + b^2 + c^2 = 83$ तो
 $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = ?$

$$a + b + c = 15 \quad \dots(i)$$

समीकरण के दोनों पक्षों का वर्ग करने पर-

$$\begin{aligned}
&= (a + b + c)^2 = (15)^2 = 225 \\
&= (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac) = 225 \\
&= 83 + 2(ab + bc + ac) = 225
\end{aligned}$$

$$\therefore 2(ab + bc + ac) = 225 - 83$$

$$\therefore 2(ab + bc + ac) = 142$$

$$\therefore ab + bc + ac = \frac{142}{2} = 71$$

$$\therefore ab + bc + ac = 71$$

$$\begin{aligned}
\text{अब } a^3 + b^3 + c^3 - 3abc &= (a + b + c) \\
&\quad [a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ac)]
\end{aligned}$$

$$= 15[83 - 71]$$

$$= 15 \times 12 = 180$$

उत्तर-180

8. यदि $a + b + c = 0$ और $3abc = 27$ तो $a^3 + b^3 + c^3 = ?$

$$\begin{aligned}
\therefore a^3 + b^3 + c^3 - 3abc &= (a + b + c) \\
&\quad (a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac)
\end{aligned}$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 - 27 = 0 \times (a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac)$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 - 27 = 0$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 27$$

उत्तर-27

9. निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए :

$$(a) (28)^3 - (78)^3 + (50)^3$$

$$\text{या } 28^3 + (-78)^3 + 50^3$$

$$\text{हम जानते हैं कि } 28 + (-78) + 50 = 0$$

सशर्त सर्वसमिका का प्रयोग करने पर-

$$\text{यदि } a + b + c = 0 \text{ तो } a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$\begin{aligned} \text{हम पाते हैं कि } 28^3 + (-78)^3 + 50^3 &= 3 \times 28 \times -78 \times 50 \\ &= -327600 \end{aligned}$$

$$(b) (55)^3 - (75)^3 + (20)^3$$

$$\text{या } 55^3 + (-75)^3 + 20^3$$

$$\therefore 55 - 75 + 20 = 0$$

$$\text{यदि } a + b + c = 0 \text{ तो } a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$\begin{aligned} &= 55^3 + (-75)^3 + 20^3 = 3 \times 55 \times -75 \times 20 \\ &= -247500 \end{aligned}$$

10. निम्नलिखित के गुणनफल ज्ञात कीजिए:

(a) $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac)$ का गुणनफल ज्ञात करने के लिए

हम पाते हैं

$$(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac)$$

$$= a(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac) + b$$

$$(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac)$$

$$+ c(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac)$$

$$= a^3 + ab^2 + ac^2 - a^2b - abc - a^2c + a^2b$$

$$+ b^3 + bc^2 - ab^2 - b^2c - abc$$

$$+ ca^2 + cb^2 + c^3 - abc - bc^2 - ac^2$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$(b) (2x + 3y + 4z)(4x^2 + 9y^2 + 16z^2 - 6xy - 12yz - 8xz)$$

उपर्युक्त प्रश्न 10 के (a) के अनुसार

$$= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$[(2x)^3 + (3y)^3 + (4z)^3] - [3 \times 2x \times 3y \times 4z]$$

$$= 8x^3 + 27y^3 + 64z^3 - 72xyz$$

$$\text{उत्तर- } 8x^3 + 27y^3 + 64z^3 - 72xyz$$

गणितीय बौद्धिक कौशल

- | | |
|---------------------|----------------|
| 1. बहुपद की घात | 2. सबसे बड़ी |
| 3. 2 | 4. $(x - y)$ |
| 5. $(x^4 - y^4)$ | 6. $a^3 - b^3$ |
| 7. $14p^2 - 8r + 6$ | 8. 3 |

बहुविकल्पीय प्रश्न

- | | | |
|--------|--------|--------|
| 1. (c) | 2. (a) | 3. (a) |
| 4. (c) | 5. (b) | 6. (c) |
| 7. (a) | 8. (a) | |

6 बीजीय व्यंजकों का गुणनखंडन

अभ्यास 6 A

1. निम्नलिखित प्रत्येक बीजीय व्यंजक के गुणनखंड कीजिए :

$$(a) 2x^2 + 5x$$

$$(b) 3x^2 - 6xy^2$$

$$x(2x + 5)$$

$$3x(x - 2y^2)$$

$$(c) 6x^3 + 8x^2y$$

$$2x^2(3x + 4 - y)$$

$$(d) 12x^3y^4 + 16x^2y^5 + 4x^5y^2$$

$$4x^2y^2(3xy^2 + 4y^3 - x^3)$$

$$(e) 18a^3b^2 + 36ab^4 - 24a^2b^3$$

$$6ab^2(3a^2 + 6b^2 - 4ab)$$

2. गुणनखंड कीजिए :

$$(a) 7(2x + 5) + 3(2x + 5) \quad (b) (x + 2)(y + (x + 2)x$$

$$14x + 35 + 6x + 15 \quad xy + 2y + x^2 + 2x$$

$$20x + 50 \quad x^2 + xy + 2x + 2y$$

$$10(2x + 5) \quad x(x + y) + 2(x + y)$$

उत्तर- $(x + y)(x + 2)$

$$(c) 5a(2x + 3y) - 2b(2x + 3y)$$

$$(2x + 3y)(5a - 2b)$$

$$(d) 8(5x + 9y)^2 + 12(5x + 9y)$$

$$4(5x + 9y)\{2(5x + 9y) + 3\}$$

$$(e) 9(a - 2b)^2 + 6(2b - a)$$

$$9(a - 2b)^2 + 6(-a + 2b)$$

$$9(a - 2b)^2 - 6(a - 2b)$$

$$3(a - 2b)\{3(a - 2b) - 2\}$$

$$(f) (x - 2y)^3 - 4x + 8y \quad (g) 2a + 6b - 3(a + 3b)^2$$

$$(x - 2y)^2 - 4(x - 2y) \quad 2(a + 3b) - 3(a + 3b)^2$$

$$(x - 2y)\{(x - 2y) - 4\} \quad (a + 3b)\{2 - 3(a + 3b)\}$$

3. गुणनखंड कीजिए :

$$(a) (x + y)(2x + 3y) - (x + y)(x + 1)$$

$$= (x + y)\{2x + 3y - (x + 1)\}$$

$$= (x + y)(2x + 3y - x - 1)$$

$$= (x + y)(x + 3y - 1)$$

$$\begin{aligned}
& \text{(b) } (x + y)(2a + b) - (3x - 2y)(2a + b) \\
& \quad (2xa + xb + 2ay + yb) - (6xa - 4ay + 3xb - 2yb) \\
& \quad = 2xa + xb + 2ay + yb + 6xa + 4ay - 3xb + 2yb \\
& \quad = -4xa - 2xb + 6ay + 3yb \\
& \quad = -2x(2a + b) + 3y(2a + b) \\
& \quad = (2a + b)(3y - 2x) \\
& \quad \text{या } (2a + b)(-2x + 3y)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{(c) } x^2 + xy + 8x + 8y \qquad \text{(d) } 15ab + 15 + 9b + 25a \\
& \quad x(x + y) + 8(x + y) \qquad \quad 15ab + 25a + 9b + 15 \\
& \quad (x + y)(x + 8) \qquad \quad 5a(3b + 5) + 3(3b + 5) \\
& \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad (3b + 5)(5a + 3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{(e) } ax^2 + by^2 + bx^2 + ay^2 \\
& \quad ax^2 + ay^2 + bx^2 + by^2 \\
& \quad a(x^2 + y^2) + b(x^2 + y^2) \\
& \quad (x^2 + y^2)(a + b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{(f) } 3ax - 6ay - 8by + 4bx \\
& \quad \text{या } 3ax - 6ay + 4bx - 8by \\
& \quad \quad 3a(x - 2y) + 4b(x - 2y) \\
& \quad \quad (x - 2y)(3a + 4b)
\end{aligned}$$

4. गुणनखंड कीजिए :

$$\begin{aligned}
& \text{(a) } 9a^2 - 16b^2 \qquad \text{(b) } 36a^2 - (x - y)^2 \\
& \quad (3a)^2 - (4b)^2 \qquad \quad (6a)^2 - (x - y)^2 \\
& \quad (3a + 4b)(3a - 4b) \qquad \quad (6a + x - y)(6a - x + y) \\
& \text{(c) } 80a^2 - 45b^2 \qquad \text{(d) } (3a - b)^2 - 9c^2 \\
& \quad 5(16a^2) - 9b^2 \qquad \quad (3a - b)^2 - (3c)^2 \\
& \quad 5[(4a)^2 - (3b)^2] \qquad \quad (3a - b + 3c)(3a - b - 3c) \\
& \quad 5 - (4a + 3b)(4a - 3b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(e)} \quad & 16x^4 - 81 \\
& (4x^2)^2 - (9)^2 \\
& (4x^2 + 9)(4x^2 - 9) \\
& (4x^2 + 9)(2x)^2 - (3)^2 \\
& (4x^2 + 9)(2x + 3)(2x - 3) \\
\text{(f)} \quad & 3a^4 - 48b^4 \\
& 3(a^4 - 16b^4) \\
& = 3(a^2 + 4b^2)(a^2)^2 - (4b^2)^2 \\
& (a)^2 - (2b)^2 \\
& = 3(a + 2b)(a - 2b)(a^2 + 4b)^2 \\
\text{(g)} \quad & 16a^2b \frac{b}{16a^2}, \\
& b \left(16a^2 - \frac{1}{16a^2} \right) \\
& = b \left[(4a)^2 - \left(\frac{1}{4a} \right)^2 \right] \\
& = b \left(49 + \frac{1}{49} \right) \left(4a - \frac{1}{4a} \right) \\
\text{(h)} \quad & 100(x + y)^2 - 81(a + b)^2 \\
& [10(x + y)]^2 - [9(a + b)]^2 \\
& (10x + 10y) + 9a + ab \\
& (10x + 10y - 9a - 9b)
\end{aligned}$$

5. गुणनखंड कीजिए :

$$\begin{aligned}
\text{(a)} \quad & x^2 + 8x + 16 \\
& (x)^2 + 2 + 4x + (4)^2 \\
\text{उत्तर-} & (x + y)^2 = (x + 4)(x + 4) \\
& \text{सर्वसमिका } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ के आधार पर} \\
\text{(b)} \quad & 4a^2 - 4a + 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (2a)^2 - 2 \times 2a + (1)^2 \\
& = (2a - 1)^2 = (2a - 1)(2a - 1) \\
\text{(c)} \quad & 4x^2 + 12xy + 9y^2 \\
& = (2x)^2 + 2 \times 3 \times 2xy + (3y)^2 \\
& = (2x + 3y)^2 = (2x + 3y)(2x + 3y) \\
\text{(d)} \quad & x^4 - 10x^2y^2 + 25y^4 \\
& = (x^2)^2 - 2 \times 5 \times x^2y^2 + (5y^2)^2 \\
& = (x^2 - 5y^2)^2 \\
\text{(e)} \quad & a^4 - 2a^2b^2 + b^4 \\
& = (a^2)^2 - 2 \times a^2 \times b^2 + (b^2)^2 \\
& = (a^2 - b^2)^2 \\
& = (a + b)(a - b)(a + b)(a - b) \\
\text{(f)} \quad & \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{9} + \frac{xy}{12} \\
\text{या} \quad & \frac{x^2}{64} + \frac{xy}{12} + \frac{y^2}{9} \\
& = \left(\frac{x}{8}\right)^2 + \frac{xy}{8 \times 3} + \left(\frac{y}{3}\right)^2 \\
& = \left(\frac{x}{8}\right)^2 + \frac{xy}{12} + \left(\frac{y}{3}\right)^2 \\
& = \left(\frac{x}{8} + \frac{y}{3}\right)^2 = \left(\frac{x}{8} + \frac{y}{3}\right)\left(\frac{x}{8} + \frac{y}{3}\right)
\end{aligned}$$

6. गुणनखंड कीजिए :

$$\begin{aligned}
\text{(a)} \quad & 4x^2 + 9y^2 + z^2 + 12xy + 6yz + 4zx \\
& = (2x)^2 + (3y)^2 + (z)^2 + 2 \times 2x \times 3y + \\
& \qquad \qquad \qquad 2 \times 3y \times z + 2 \times z \times x \times z \\
& = (2x + 3y + z)^2 \\
& = (2x + 3y + z)(2x + 3y + z)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(b)} \quad & x^2 + 4y^2 + z^2 - 4xy + 4yz - 2xz \\
&= (x)^2 + (2y)^2 + (z)^2 - 2 \times 2x \times y + 2 \times zy \times z - z \times x \times z \\
&= (x - 2y - z)(x - 2y - z) \\
\text{(c)} \quad & a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca \\
&= (a)^2 + (b)^2 + (c)^2 - 2 \times ab + 2 \times bc - 2ca \\
&= (a - b - c)(a - b - c) \\
\text{(d)} \quad & 81x^2 + 4y^2 + z^2 + 36xy + 4yz + 18zx \\
&= (9x)^2 + (2y)^2 + (z)^2 + 2 \times 9x \times 2y \\
&\quad\quad\quad + 2 \times 2 \times y \times z + 9 \times 2 \times z \times x \\
&= (9x - 2y + z)(9x + 2y + z) \\
\text{(e)} \quad & 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 \\
&= 8x^3 + 27y^3 + 36x^2y + 54xy^2 \\
&= (2x)^3 + (3y)^3 + 18xy(2x + 3y) \\
&= (2x)^3 + (3y)^3 + 3 \times 2x \times 3y(2x + 3y) \\
&= (2x + 3y)^3 \\
&= (2x + 3y)(2x + 3y)(2x + 3y) \\
\text{(f)} \quad & 8x^3 - 125 - 60x^2 + 150x \\
&= (2x)^3 - (5)^3 - 30x(2x - 5) \\
&= (2x)^3 - (5)^3 - 3 \times 2x \times 5(2x - 5) \\
&= (2x - 5)^3 \\
&= (2x - 5)(2x - 5)(2x - 5) \\
\text{(g)} \quad & 27a^3 - 64 - 108a^2 + 144a \\
&= (3a)^3 - (4)^3 - 36a(3a - 4) \\
&= (3a)^3 - (4)^3 - 3 \times 3a \times 4(3a - 4) \\
&= (3a - 4)^3 \\
&= (3a - 4)(3a - 4)(3a - 4)
\end{aligned}$$

अभ्यास 6 B

1. गुणनखंड कीजिए :

(a) $x^2 + 6x + 8$

$$x^2 + 2x + 4x + 8$$

$$x(x + 2) + 4(x + 2)$$

$$(x + 2)(x + 4)$$

(b) $x^2 + 4x - 21$

$$x^2 + 7x - 3x - 21$$

$$x(x + 7) - 3(x + 7)$$

$$(x + 7)(x - 3)$$

(c) $x^2 - 7x + 12$

$$x^2 - 3x - 4x + 12$$

$$x(x - 3) - 4(x - 3)$$

$$(x - 3)(x - 4)$$

(d) $x^2 - 23x + 132$

$$x^2 - 11x - 12x + 132$$

$$x(x - 11) - 12(x - 11)$$

$$(x - 11)(x - 12)$$

(e) $x^2 - 21x + 108$

$$x^2 - 9x - 12x + 108$$

$$x(x - 9) - 12(x - 9)$$

$$(x - 9)(x - 12)$$

(f) $x^2 + 5x - 36$

$$x^2 + 9x - 4x - 36$$

$$x(x + 9) - 4(x + 9)$$

$$(x + 9)(x - 4)$$

(g) $40 + 3x - x^2$

$$\text{या } -x^2 + 3x + 40$$

$$-x^2 + 8x - 5x + 40$$

$$-x(x - 8) - 5(x - 8)$$

$$(x - 8)(-x - 5)$$

(h) $x^2 - 11x - 42$

$$x^2 - 14x + 3x - 42$$

$$x(x - 14) + 3(x - 14)$$

$$(x - 14)(x - 3)$$

(i) $a^2 + 19a - 150$

$$a^2 + 25a - 6a - 150$$

$$= a(a + 25) - 6(a + 25)$$

2. गुणनखंड कीजिए :

(a) $2x^2 + 5x + 3$

$$2x^2 + 2x + 3x + 3$$

$$2x(x + 1) + 3(x + 1)$$

$$\text{उत्तर } -(x + 1)(2x + 3)$$

(b) $6x^2 + 5x - 6$

$$6x^2 + 9x - 4x - 6$$

$$3x(2x + 3) - 2(2x + 3)$$

$$(2x + 3)(3x - 2)$$

(c) $6x^2 - 13x + 6$

(d) $-2x^2 - 3x + 2$

$$\begin{array}{ll}
6x^2 - 9x - 4x + 6 & -2x^2 - 4x + x + 2 \\
3x(2x - 3) - 2(2x - 3) & -2x(x + 2) + 1(x + 2) \\
(2x - 3)(3x - 2) & (x + 2)(-2x + 1)
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
\text{(e)} \quad 12x^2 - 23xy + 10y^2 \\
&= 12x^2 - 15xy - 8xy + 10y^2 \\
&= 3x(4x - 5y) - 2y(4x - 5y) \\
&= (4x - 5y)(3x - 2y)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(f)} \quad 6x^2 + 35xy - 6y^2 \\
&= 6x^2 + 36xy - xy - 6y^2 \\
&= 6x(x + 6y) - y(x + 6y) \\
&= (x + 6y)(6x - y)
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll}
\text{(g)} \quad 3x^2 - 4x - 4 & \text{(h)} \quad 11x^2 - 54x + 63 \\
3x^2 - 6x + 2x - 4 & 11x^2 - 33x - 21x + 63 \\
3x(x - 2) + 2(x - 2) & 11x(x - 3) - 2(x - 3) \\
(x - 2)(3x + 2) & (x - 3)(11x - 2)
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
\text{(i)} \quad 9x^2 - 22xy + 8y^2 \\
9x^2 - 18xy - 4xy + 8y^2 \\
9x(x - 2y) - 4y(x - 2y) \\
(x - 2y)(9x - 4y)
\end{aligned}$$

अभ्यास 6 C

1. गुणनखंड कीजिए :

$$\begin{aligned}
\text{(a)} \quad 8x^3 + 125 \\
(2x)^3 + (5)^3 \\
= (2x + 5)(4x^2 - 10x + 25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(b)} \quad y^3 + 512 \\
= (y)^3 + (8)^3 \\
= (y + 8)(y^2 - 8y + 64)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(c)} \quad & 125a^3 + 343b^3 \\
&= (5a)^3 + (7b)^3 \\
&= (5a + 7b)(25a^2 - 35ab + 49b^2) \\
\text{(d)} \quad & x^6 + y^6 \\
&= (x^2)^3 + (y^2)^3 \\
&= (x^2 + y^2)(x^4 - x^2y^2 + y^4) \\
\text{(e)} \quad & 128x^3 + 54y^3 \\
&= 2(64x^3 + 27y^3) \\
&= 2[(4x)^3 + (3y)^3] \\
&= 2(4x + 3y)(16x^2 - 12xy - 9y^2) \\
\text{(f)} \quad & 54a^6b + 2a^3b^4 \\
&= 2a^3b(27a^3 + b^3) \\
&= 2a^3b[(3a)^3 + (b)^3] \\
&= 2a^3b(3a + b)(9a^2 - 3ab + b^2) \\
\text{(g)} \quad & 1 + 27x^3 \\
&= (1)^3 + (3x)^3 \\
&= (1 + 3x)(1 - 3x + 9x^2) \\
\text{(h)} \quad & 64x^3 - y^3 \\
&= (4x)^3 - (y)^3 \\
&= (4x - y)(16x^2 - 4xy + y^2)
\end{aligned}$$

2. गुणनखंड कीजिए :

$$\begin{aligned}
\text{(a)} \quad & 8x^3 - 343 \\
&= (2x)^3 - (7)^3 \\
&= (2x - 7)(4x^2 + 14x + 49) \\
\text{(b)} \quad & 64x^3 - y^3 \\
&= (4x)^3 - (y)^3 \\
&= (4x - y)(16x^2 + 4xy + y^2) \\
\text{(c)} \quad & 1 - 27x^3 \\
&= (1)^3 - (3x)^3 \\
&= (1 - 3x)(1 + 3x + 9x^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(d)} \quad & 2x^4 - 128x \\
&= 2x(x^3 - 64) \\
&= 2x(x)^3 - (4)^3 \\
&= 2x(x - 4)(x^2 + 4x + 16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(e)} \quad & x - 8xy^3 \\
&= x(1 - 8y^3) \\
&= x(1)^3 - (2y)^3 \\
&= x(1 - 2y)(1 + 2y + 4y^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(f)} \quad & \frac{1}{216} - 729x^3 \\
&= \left(\frac{1}{6}\right)^3 - (9x)^3 \\
&= \left(\frac{1}{6} - 9x\right)\left(\frac{1}{36} + \frac{9x}{6} + 81x^2\right) \\
&= \left(\frac{1}{6} - 9x\right)\left(\frac{1}{36} + \frac{3x}{2} + 81x^2\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(g)} \quad & \frac{x^3}{64} - 8y^3 \\
&= \left(\frac{x}{4}\right)^3 - (2y)^3 \\
&= \left(\frac{x}{4} - 2y\right)\left(\frac{x^2}{16} + \frac{2xy}{4} + 4y^2\right) \\
&= \left(\frac{x}{4} - 2y\right)\left(\frac{x^2}{16} + \frac{xy}{2} + 4y^2\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(h)} \quad & a^4 - ab^4 \\
&= a(a^3 - b^3) \\
&= a(a)^3 - (b)^3 \\
&= a(a - b)(a^2 + ab + b^2)
\end{aligned}$$

3. गुणनखंड कीजिए :

- (a) $(3x - 2y)^3 + (2y - 5z)^3 + (5z - 3x)^3$
माना- $(3x - 2y) = a, (2y - 5z) = b, (5z - 3x) = c$
तब $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
तथा $a + b + c = 0$
 $\therefore (3x - 2y)^3 + (2y - 5z)^3 + (5z - 3x)^3$
 $= 3(3x - 2y)(2y - 5z)(5z - 3x)$
- (b) $p^3(q - r)^3 + q^3(r - p)^3 + r^3(p - q)^3$
माना $p(q - r) = a, q(r - p) = b$ और $r(p - q) = c$
 $\therefore a + b + c = 0$ तो $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
पुनः $\{p(q - r)\}^3 + \{q(r - p)\}^3 + \{r(p - q)\}^3$
 $= 3\{p(q - r)\}\{q(r - p)\}\{r(p - q)\}$
- (c) $a^3 + 8b^3 - 64c^3 + 24abc$
 $(a)^3 + (2b)^3 - (4c)^3 + 3 \times a \times 2b \times 4c$
 $\therefore a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$
 $(a + 2b - 4c)(a^2 + 4b^2 + 16c^2 - 2ab + 8bc - 4ac)$
- (d) $x^3 - 8y^3 - 64z^3 - 24xyz$
 $= (x)^3 - (2y)^3 - (4z)^3 - 3 \times x \times 2y \times 4z$
 $= (x - 2y - 4z)(x^2 + 4y^2 + 16z^2 + 2xy - 8xz + 4xz)$
- (e) $125 + 8x^3 - 27y^3 + 90xy$
 $= (5)^3 + (2x)^3 - (3y)^3 + 3 \times 5 \times 2x \times 3y$
 $= (5 + 2x - 3y)(25 + 4x^2 + 9y^2 - 10x + 6xy + 15y)$

4. गुणनखंड कीजिए :

- (a) $\frac{73 \times 73 \times 73 + 27 \times 27 \times 27}{73 \times 73 - 73 \times 27 + 27 \times 27}$
माना $73 = a$ तथा $27 = b$
 $= \frac{a^3 + b^3}{a^2 - ab + b^2}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{(a^2 - ab + b^2)} \\
&= (a+b) \\
&= 73 + 27 \\
&= 100
\end{aligned}$$

$$(b) \frac{135 \times 135 \times 135 - 65 \times 65 \times 65}{135 \times 135 + 135 \times 65 + 65 \times 65}$$

माना $135 = a$, और $65 = b$

$$\begin{aligned}
&= \frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2} \\
&= \frac{(a)^3 - (b)^3}{a^2 + ab + b^2} = \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(a^2 + ab + b^2)} \\
&= (a-b) \\
&= 135 - 65 \\
&= 70
\end{aligned}$$

$$(c) \frac{0.87 \times 0.87 \times 0.87 + 0.13 \times 0.13 \times 0.13}{0.87 \times 0.87 - 0.87 \times 0.13 + 0.13 \times 0.13}$$

माना $0.87 = a$ और $0.13 = b$

$$\begin{aligned}
&= \frac{a^3 + b^3}{a^2 - ab - b^2} = \frac{(a)^3 + (b)^3}{a^2 - ab - b^2} = \frac{(a+b)(a^2 - ab - b^2)}{(a^2 - ab - b^2)} \\
&= (a+b) = 0.87 + 0.13 \\
&= 1.00
\end{aligned}$$

$$(d) \frac{27x^3 - 1000}{3x - 10} = \frac{(3x)^3 - (10)^3}{(3x - 10)}$$

$$= \frac{(3x - 10)(9x^2 + 30x + 100)}{(3x - 10)}$$

$$= 9x^2 + 30x + 100$$

$$(e) \frac{343x^3 - 64}{49x^2 + 56x + 16}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(7x)^3 - (4)^3}{49x^2 + 56x + 16} = \frac{(7x - 4)(49x^2 + 28x + 16)}{49x^2 + 56x + 16} \\
&= \frac{(7x - 4)(49x^2 + 28x + 16)}{49x^2 + 28x + 28x + 16} \\
&= \frac{(7x - 4)(49x^2 + 28x + 16)}{7x(7x + 4) + 4(7x + 4)} \\
&= \frac{(7x - 4)(49x^2 + 28x + 16)}{(7x + 4)(7x + 4)}
\end{aligned}$$

गणितीय बौद्धिक कौशल

1. $3(a - 4b)(1 - 3x)$
2. $(x + y)(3a + 5b - 7c)$
3. $(3x - y)(3x - y)$
4. $(4x + 3y)(4x - 3y)$
5. $3a(a + 1)(a - 1)$
6. $\left(\frac{1}{4a} - \frac{1}{6b}\right)\left(\frac{1}{16a^2} - \frac{1}{24ab} + \frac{1}{36b^2}\right)$
7. $(9x + 5)(x + 8)$
8. $(x - 30)(x + 5)$
9. $(a^2 + ab^2)(a - 3b)$

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (a)
2. (c)
3. (a)
4. (b)
5. (c)
6. (c)
7. (b)
8. (b)

7 एक चर वाले रैखिक समीकरण

अभ्यास 7 A

हल कीजिए-

1. $8x = 20 + 3x$
 $8x - 3x = 20$
 $5x = 20$
 $x = \frac{20}{5} = 4$
 $x = 4$
2. $5x - 7 = 2x + 8$
 $5x - 2x = 8 + 7$
 $3x = 15$
 $x = \frac{15}{3} = 5$
 $x = 5$
3. $4x - 3 = 2x + 5$
 $4x - 2x = 5 + 3$
 $2x = 8$
 $x = \frac{8}{2} = 4$
 $x = 4$
4. $8x - 11 - 5x + 3 = 2x + 4 - 3x$
 $8x - 5x - 2x + 3x = 11 - 3 + 4$
 $11x - 7x = 12$
 $4x = 12$
 $x = \frac{12}{4} = 3$
 $x = 3$
5. $5x - (3x - 1) = x - 4$
 $5x - 3x + 1 = x - 4$
 $5x - 3x - x = -4 - 1$
 $5x - 4x = -5$
 $x = -5$
6. $10p - (3p - 4) = 4(p + 1) + 9$
 $10p - 3p + 4 = 4p + 4 + 9$
 $10p - 4p - 3p = 4 + 9 - 4$
 $10p - 7p = 9$
 $3p = 9$
 $p = \frac{9}{3} = 3$

$$p = 3$$

$$7. \quad 4(x + 3) - 2(x - 1) = 3x + 3$$

$$4x + 12 - 2x + 2 = 3x + 3$$

$$4x - 2x - 3x = 3 - 12 - 2$$

$$4x - 5x = 3 - 14$$

$$-x = -11$$

$$x = 11$$

$$8. \quad \frac{2}{3}x + 1 = \frac{7}{3}$$

$$\frac{2x}{3} = \frac{7}{3} - 1$$

$$\frac{2x}{3} = \frac{7-3}{3}$$

$$\frac{2x}{3} = \frac{4}{3}$$

$$2x = 4$$

$$x = \frac{4}{2} = 2$$

$$\therefore \quad x = 2$$

$$9. \quad \frac{1}{4}x + \frac{x}{6} = x - 7$$

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{6} - x = -7$$

$$\frac{3x + 2x - 12x}{12} = -7$$

$$\frac{-7x}{12} = \frac{-7}{1}$$

{ crossmultiply करने पर }

$$-7x = -7 \times 12$$

$$x = 12$$

$$10. \quad 3x + \frac{2}{3} = 2x + 1$$

$$3x - 2x = 1 - \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{3-2}{3}$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$11. \frac{3x}{4} + \frac{x}{6} = 22$$

$$\frac{9x+2x}{12} = \frac{22}{1}$$

{ crossmultiply करने पर }

$$11x = 12 \times 22$$

$$x = \frac{12 \times 22}{11}$$

$$x = 24$$

$$12. \frac{x-3}{5} + \frac{x-4}{7} = 6 - \frac{2x-1}{35}$$

$$\frac{x-3}{5} + \frac{x-4}{7} + \frac{2x-1}{35} = 6$$

$$\frac{7(x-3) + 5(x-4) + 2x-1}{35} = 6$$

$$\frac{7x-21+5x-20+2x-1}{35} = 6$$

$$\frac{14x-42}{35} = \frac{6}{1} \text{ { crossmultiply करने पर } }$$

$$14x - 42 = 35 \times 6 = 210$$

$$14x = 210 + 42$$

$$14x = 252$$

$$x = \frac{252}{14}$$

$$x = 18$$

$$13. \frac{4x+1}{3} + \frac{2x-1}{2} - \frac{3x-7}{5} = 6$$

$$\frac{10(4x+1) + 15(2x-1) - 6(3x-7)}{30} = 6$$

$$\frac{40x+10+30x-15-18x+42}{30} = 6$$

$$\frac{52x + 37}{30} = \frac{6}{1} \quad \{ \text{crossmultiply करने पर} \}$$

$$52x + 37 = 180$$

$$52x = 180 - 37$$

$$52x = 143$$

$$x = \frac{143}{52} = 2 \frac{3}{4}$$

$$14. \frac{0.5y - 4}{2.4y + 6} = \frac{-5}{3} \quad \{ \text{crossmultiply करने पर} \}$$

$$= 1.5y - 12 = -12.0y - 30$$

$$= 1.5y + 12y = -30 + 12$$

$$= 13.5y = -18$$

$$y = \frac{-180}{13.5} = \frac{36}{27} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}$$

$$15. \frac{5x - 3}{2x} = \frac{8}{9} \quad \{ \text{crossmultiply करने पर} \}$$

$$9(5x - 3) = 16x$$

$$45x - 27 = 16x$$

$$45x - 16x = 27$$

$$29x = 27$$

$$x = \frac{27}{29}$$

$$16. \frac{5 + 3x}{3 - 2x} = \frac{5}{3} \quad \{ \text{crossmultiply करने पर} \}$$

$$3(5 + 3x) = 5(3 - 2x)$$

$$15 + 9x = 15 - 10x$$

$$9x + 10x = 0$$

$$19x = 0$$

$$x = \frac{0}{19}$$

$$x = 0$$

$$17. \frac{19 - 3y}{1 - 9y} = \frac{8}{5} \quad \{ \text{crossmultiply करने पर} \}$$

$$5(19 - 3y) = 8(1 - 9y)$$

$$95 - 15y = 8 - 72y$$

$$-15y + 72y = 8 - 95$$

$$57y = -87$$

$$y = -\frac{87}{57} = -\frac{29}{19}$$

$$\therefore y = \frac{-29}{19}$$

$$18. \frac{3x + 4}{2x + 5} = \frac{1}{2} \quad \{ \text{crossmultiply करने पर} \}$$

$$2(3x + 4) = 1(2x + 5)$$

$$6x + 8 = 2x + 5$$

$$6x - 2x = 5 - 8$$

$$4x = -3$$

$$x = \frac{-3}{4}$$

$$19. \frac{\frac{z}{4} - \frac{3}{5}}{\frac{4}{3} - 7z} = \frac{-3}{20}$$

$$= \frac{5z - 12}{20} = \frac{-3}{20}$$

$$= \frac{5z - 12}{20} \times \frac{3}{4 - 21z} = \frac{-3}{20}$$

$$= \frac{3(5z - 12)}{20(4 - 21z)} = \frac{-3}{20}$$

$$= \frac{15z - 36}{80 - 420z} = \frac{-3}{20} \quad \{ \text{crossmultiply करने पर} \}$$

$$20(15z - 36) = -3(80 - 420z)$$

$$\begin{aligned}
300z - 720 &= -240 + 1260z \\
300z - 1260z &= -240 + 720 \\
-960z &= 480 \\
z &= \frac{480}{960} = -\frac{1}{2} \\
z &= -\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

$$20. \frac{3x}{5x+2} = -4$$

$$3x = -4(5x+2)$$

$$3x = -20x - 8$$

$$3x + 20x = -8$$

$$23x = -8$$

$$x = \frac{-8}{23}$$

$$21. 0.26x + 0.09x = 8 - 0.45x$$

$$0.26x + 0.09x + 0.45x = 8$$

$$0.80x = 8$$

$$\therefore x = \frac{8}{0.80} = \frac{800}{80}$$

$$x = 10$$

$$22. \frac{0.5y+4}{1.2y+8} = \frac{5}{3} \quad \{ \text{crossmultiply करने पर} \}$$

$$3(0.5y+4) = 5(1.2y+8)$$

$$1.5y+12 = 6y+40$$

$$1.5y-6y = 40-12$$

$$-4.5y = 28$$

$$y = \frac{28}{-4.5}$$

$$y = \frac{280}{-45}$$

$$y = -\frac{56}{9}$$

$$23. \frac{6x+7}{3x+2} = \frac{4x+5}{2x+3} \quad \{ \text{crossmultiply करने पर} \}$$

$$(6x+7)(2x+3) = (4x+5)(3x+2)$$

$$12x^2 + 18x + 14x + 21 = 12x^2 + 8x + 15x + 10$$

$$32x + 21 = 23x + 10$$

$$32x - 23 = 10 - 21$$

$$9x = -11$$

$$x = \frac{-11}{9}$$

$$24. \frac{2-7x}{1-5x} = \frac{3+7x}{4+5x} \quad \{ \text{crossmultiply करने पर} \}$$

$$(2-7x)(4+5x) = (1-5x)(3+7x)$$

$$8+10x-28x-35x^2 = 3+7x-15x-35x^2$$

$$10x-28x-7x+15x = 3-8$$

$$-10x = -5$$

$$x = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$25. \frac{(4+x)(5-x)}{(2+x)(7-x)} = 1$$

$$(4+x)(5-x) = (2+x)(7-x)$$

$$20-4x+5x-x^2 = 14-2x+7x-x^2$$

$$-4x+5x+2x-7x = 14-20$$

$$-4x = -6$$

$$x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

26. हल कीजिए और x का धनात्मक मान बताइए जो दी हुई समीकरण को संतुष्ट करता है :

$$(a) \frac{x^2 - 9}{5 + x^2} = \frac{-5}{9} \quad \{ \text{crossmultiply करने पर} \}$$

$$9(x^2 - 9) = -5(5 + x^2)$$

$$9x^2 - 81 = -25 - 5x^2$$

$$9x^2 + 5x^2 = -25 + 81$$

$$14x^2 = 56$$

$$x^2 = \frac{56}{14}$$

$$x = \sqrt{4} = 2$$

$$x = 2$$

$$(b) \frac{2x^2 - 5}{x^2 + 2} = \frac{3}{2} \quad \{ \text{crossmultiply करने पर} \}$$

$$2(2x^2 - 5) = 3(x^2 + 2)$$

$$4x^2 - 10 = 2x^2 + 6$$

$$4x^2 - 3x^2 = 6 + 10$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \sqrt{16}$$

$$x = 4$$

अभ्यास 7 B

1. माना वह संख्या x है।

$$\frac{2x}{3} + 6 = 36$$

$$\frac{2x}{3} = 36 - 6$$

$$\frac{2x}{3} = 30$$

$$2x = 30 \times 3$$

$$x = \frac{30 \times 3}{2}$$

$$x = 45$$

2. माना तीन क्रमागत संख्याएँ, $x, x + 1, x + 2$ हैं।

$$x + x + 1 + x + 2 = 246$$

$$3x + 3 = 246$$

$$3x = 246 - 3$$

$$3x = 243$$

$$x = \frac{243}{3} = 81$$

संख्याएँ 81, 82, 83

3. मान पहला भाग = x

$$\text{दूसरा भाग} = 2x - 32$$

$$\text{तीसरा भाग} = x + 18$$

$$x + 2x - 32 + x + 18 = 534$$

$$4x = 534 + 32 - 18$$

$$4x = 548$$

$$\therefore x = \frac{548}{4} = 137$$

$$\therefore x = 137$$

$$\text{दूसरा भाग} = 2x - 32$$

$$= 2 \times 137 - 32$$

$$= 274 - 32 = 242$$

$$\text{तीसरा भाग} = x + 18$$

$$= 137 + 18$$

$$= 155$$

उत्तर-137, 242, 155

4. $5x + 8x = 182$

$$13x = 182$$

$$x = \frac{182}{13} = 14$$

$$\text{संख्याएँ} = 5x = 5 \times 14 = 70$$

$$= 8x = 8 \times 14 = 112$$

5. माना वह संख्या xy है

प्रथम शर्तानुसार-

$$x + y = 15 \quad \dots(i)$$

दूसरी शर्तानुसार

$$10y + x = 10x + y - 27 \quad \dots(ii)$$

$$\begin{aligned} -10x - x - y + 10y &= -27 \\ -9x + 9y &= -27 \quad \dots(ii) \end{aligned}$$

$$\underline{9x + 9y = 135} \quad \dots(i)$$

$$18y = 108$$

$$y = \frac{108}{18} = 6$$

$$y = 6$$

x का मान स0 (1) में रखने पर

$$x + y = 15$$

$$x + 6 = 15$$

$$x = 15 - 6 = 9$$

$$x = 9$$

अभिष्ट संख्या $xy = 96$

6. माना वह संख्या $\frac{x}{y}$ है।

अंश = x तथा हर = y

प्रथम शर्तानुसार-

$$y = x + 3$$

$$-x + y = 3 \quad \dots(i)$$

द्वितीय शर्तानुसार-

$$\frac{x-3}{y+2} = \frac{1}{5} \quad \{ \text{crossmultiply करने पर} \}$$

$$5(x-3) = (y+2) \times 1$$

$$5x - 15 = y + 2$$

$$5x - y = 2 + 15$$

$$5x - y = 17 \quad \dots(\text{ii})$$

$$\underline{-x + y = 3} \quad \dots(\text{i})$$

$$4x = 20$$

$$x = \frac{20}{4} = 5$$

$$x = 5$$

x का मान 5 (i) में रखने पर-

$$-x + y = 3$$

$$-5 + y = 3$$

$$y = 3 + 5$$

$$y = 8$$

$$\text{संख्या} = \frac{5}{8}$$

7. माना आयत की ल0 = x सेमी

तथा चौड़ाई = y सेमी

प्रथम शर्तानुसार-

$$x = y + 9$$

या $x - y = 9 \quad \dots(\text{i})$

द्वितीय शर्तानुसार-

$$(x + 3) \times (y + 3) = xy + 84$$

$$xy + 3x + 3y + 9 = xy + 84$$

$$3x + 3y = 84 - 9$$

$$3x + 3y = 75 \quad \dots(\text{ii})$$

$$x - y = 9 \quad \dots(\text{i}) \times 3$$

$$3x - 3y = 27 \quad \dots(\text{iii}) \text{ दोनों को}$$

$$\underline{3x + 3y = 75} \quad \dots(\text{ii}) \text{ जोड़ने पर}$$

$$6x = 102$$

$$x = \frac{102}{6} = 17 \text{ सेमी}$$

x का मान समीकरण (i) में रखने पर-

$$x - y = 9$$

$$17 - y = 9$$

$$-y = 9 - 17 = -8$$

$$-y = -8$$

$$y = 8$$

उत्तर-17 सेमी 8 सेमी।

8. रमा की आयु : नमिता की आयु में अनुपात-

$$3 : 8$$

या $3x : 8x$

$$6(3x - 3) = 8x + 2$$

$$18x - 18 = 8x + 2$$

$$18x - 8x = 2 + 18$$

$$10x = 20$$

$$\therefore x = \frac{20}{10} = 2$$

$$\text{रमा की आयु} = 3x = 3 \times 2 = 6 \text{ वर्ष}$$

$$\text{नमिता की आयु} = 8x = 8 \times 2 = 16 \text{ वर्ष}$$

9. माना पर्स में 2 रुपए के सिक्कों की संख्या = x

$$\text{तथा } 5 \text{ रुपए के सिक्कों की संख्या} = y$$

प्रथम शर्तानुसार-

$$x + y = 48 \quad \dots(i)$$

द्वितीय शर्तानुसार-

$$2x + 5y = 132 \quad \dots(ii)$$

$$x + y = 48 \quad \dots(i) \times 2$$

$$2x + 2y = 96 \quad \dots(\text{iii})$$

$$2x + 5y = 132 \quad \dots(\text{ii}) \text{ [(iii) - (ii)]}$$

$$\begin{array}{r} 2x + 5y = 132 \\ - \quad - \quad - \\ \hline -3y = -36 \end{array}$$

$$\therefore y = \frac{36}{3} = 12$$

y का मान स0 (i) में रखने पर-

$$x + y = 48$$

$$x + 12 = 48$$

$$x = 48 - 12 = 36$$

उत्तर- = 36

10. माना आयत की ल0 = x सेमी

तथा चौड़ाई = y सेमी

आयत का परिमाण = 2 (ल0 + चौ0)

$$= 2(x + y) \text{ सेमी} = 240 \text{ सेमी}$$

$$2x + 2y = 240 \quad \dots(\text{i})$$

$$\text{अब ल0} = \frac{\text{ल0} \times 10}{100}$$

$$x = \frac{10x}{100} = \frac{90x}{100} \text{ सेमी}$$

$$\text{चौ0} = \frac{\text{चौ0} \times 20}{100}$$

$$y = \frac{y \times 20}{100} = \frac{20y}{100}$$

$$y + \frac{20y}{100} = \frac{20y}{100} \text{ सेमी}$$

अब परिमाण = 2 (ल0 + चौ0)

$$= 2 \left(\frac{90x}{100} + \frac{120y}{100} \right) = 240$$

$$= 2 \left(\frac{90x + 120y}{100} \right) = 240$$

$$\begin{aligned}
\text{या } \frac{90x + 120y}{50} &= \frac{240}{1} \\
\text{या } 90x + 120y &= 240 \times 50 \\
90x + 120y &= 12000 && \dots(\text{ii}) \\
2x + 2y &= 240 && \dots(\text{i}) \times 60 \\
120x + 120y &= 14400 && \dots(\text{iii}) \\
90x + 120y &= 12000 && \dots(\text{ii}) \text{ [(iii) - (ii)]} \\
\hline
30x &= 2400 \\
x &= \frac{2400}{30} = 80 \text{ सेमी}
\end{aligned}$$

x का मान रखने से (i) में रखने पर-

$$\begin{aligned}
2x + 2y &= 240 \\
2 \times 80 + 2y &= 240 \\
160 + 2y &= 240 \\
2y &= 240 - 160 \\
2y &= 80 \\
y &= \frac{80}{2} = 40 \text{ सेमी।}
\end{aligned}$$

उत्तर- 70 सेमी, 40 सेमी।

$$\begin{aligned}
12. \text{ गौरव का 1 घंटे का कार्य} &= \frac{1}{18} \\
\text{सौरभ का 1 घंटे का कार्य} &= \frac{1}{24} \\
\text{दोनों का 1 घंटे का कार्य} &= \frac{1}{18} + \frac{1}{24} \\
\frac{4 + 3}{72} &= \frac{7}{72} \\
\text{गौरव का 1 घंटे का कार्य} &= \frac{1}{18} \\
\text{गौरव का 2 घंटे का कार्य} &= \frac{1 \times 2}{18} = \frac{1}{9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{शेष कार्य} &= 1 - \frac{1}{9} \\ &= \frac{9-1}{9} = \frac{8}{9}\end{aligned}$$

$$\therefore 1 \text{ कार्य करते हैं दोनों} = \frac{7x}{72} \text{ घंटे}$$

$$\frac{8}{9} \text{ कार्य करेंगे} = \frac{7}{72} \times \frac{8}{9} = \frac{7}{81}$$

$$\text{या घंटे } \frac{81}{7} = 11 \frac{4}{7} \text{ घंटे।}$$

गणितीय बौद्धिक कौशल

$$1. \frac{y+1}{y+2} = \frac{4}{5}$$

$$5y + 5 = 4y + 8$$

$$5y - 4y = 8 - 5$$

$$y = 3$$

$$2. m = 2$$

$$3. 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$$

$$4. 46^\circ, 14^\circ$$

$$5. 130^\circ, 50^\circ$$

बहुविकल्पीय प्रश्न

$$1. (c)$$

$$2. (b)$$

$$3. (b)$$

$$4. (a)$$

$$5. (a)$$

$$6. (b)$$

$$7. (a)$$

$$8. (a)$$

8

प्रतिशतता और इसके प्रयोग

अभ्यास 8 A

1. निम्नलिखित प्रतिशतों को भिन्नों और अनुपातों में परिवर्तित कीजिए :

$$(a) 30\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$(b) 2.5\% = \frac{25}{1000} = \frac{1}{40}$$

$$(c) 0.75\% = \frac{75}{1000} = \frac{3}{40} \quad (d) 125\% = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$$

$$(e) 12\frac{1}{2}\% = \frac{25}{2 \times 100} = \frac{1}{8}$$

2. इन संख्याओं को प्रतिशत में लिखिए :

$$(a) \frac{3}{4} \times 100 = 75\% \quad (b) \frac{13}{75} \times 100 = \frac{52}{3}\%$$

$$(c) \frac{0.18 \times 100}{100} = 18\% \quad (d) \frac{0.275 \times 100}{1000} = \frac{55}{2}\% \\ = 27.5\%$$

$$(e) \frac{1.25 \times 100}{100} = 125\%$$

3. मान ज्ञात कीजिए :

$$(a) \frac{1200 \times 12}{100} = 144 \text{ रु०} \quad (b) \frac{6500 \times 10}{100} = 845 \text{ रु०}$$

$$(c) \frac{800 \times 20}{100} = 160 \text{ रु०}$$

4. भार में कमी = $60 - 45 = 15$ किग्रा

$$\text{भार में कमी \%} = \frac{15 \times 100}{60} = 25\%$$

5. माना टिकट का वास्तविक मूल्य = रु० 100 था, वृद्धि = 20%

$$\therefore 100 + 20 = 120 \text{ रु०}$$

$$\therefore 120 \text{ रु० हे गया तो था} = \text{रु०} = 100$$

$$1 \text{ रु० हो गया तो था} = \frac{100}{120}$$

$$600 \text{ रु० हो गया तो था} \frac{100 \times 600}{120} = 500 \text{ रु०}$$

उत्तर- 20, 500

6. माना चुनाव में वैध मतों की संख्या = A पाता है वैध मतों का 46%

$$\text{तो } B \text{ पाता है वैध मतों का } 100 - 46 = 54\%$$

$$\text{तो } B \text{ को ज्यादा वोट मिले} = 54 - 46 = 8$$

इस प्रकार A हारता है = 8% से

8% से हारता है तो कुल वैधमत = 100

1 से हारता है $-\frac{100}{8}$

1600 से हारता है तो $\frac{100}{8} \times 1600$
= 20000

7. गन पाउडर में नाइट्र = 75%

गन पाउडर में सल्फर = 10%

शेष भाग = $100 - (75 + 10)$

$100 - 85 = 15\%$ (तारकोल)

∴ 100 किग्रा ग्राम पाउडर में तारकोल = 15 भाग

∴ 1 किग्रा ग्राम पाउडर में तारकोल = $\frac{15}{100}$

∴ 9 किग्रा ग्राम पाउडर में = $\frac{15 \times 9}{100} = \frac{135}{100} = 1.35$ किग्रा

8. माना रीतू का इस माह का वेतन = ₹ 100 है।

भोजन पर खर्च = 30%

मंदिर में दान देती है = 3%

दोनों मदों में खर्च = $30 + 3 = 33\%$

दोनों मदों पर खर्च 33 तो कुल वेतन = 100 ₹

मदों पर खर्च 1 तो कुल वेतन = $\frac{100}{33}$

2310 मदों पर खर्च 33 तो कुल वेतन = $\frac{100}{33} \times 2310$
= 7000 ₹

9. माना व्यक्ति के पास कुल धन = ₹ 100 है।

वह बच्चों पर खर्च करता है = 40%

शेष रहा = $100 - 40 = 60$ ₹

60 का 20% = $\frac{60 \times 20}{100} = 12$ ₹ ट्रस्ट को देता है।

शेष रहा $60 - 12 = 48$ ₹

यदि ₹ 48 शेष बचता तो कुलधन = ₹ 100

$$1 \text{ शेष बेचता कुल धन} = \frac{100}{48}$$

$$9600 \text{ शेष बेचता कुल धन} = \frac{100 \times 9600}{48} = 20000 \text{ रु०}$$

10. माना चीनी का मूल्य = रु० 100 है।

इसके मूल्य में बढ़ोतरी = 25%

तो मूल्य हो जाता है = 100 + 25 = 125 रु०

∴ 125 रु० के बजाय होना चाहिए = रु० 100

$$1 \text{ रु० के बजाय होना चाहिए} = \text{रु०} \frac{100}{125}$$

$$\begin{aligned} 100 \text{ रु० के बजाय होना चाहिए} &= \frac{100}{125} \times 100 \\ &= 80 \end{aligned}$$

$$\text{कमी} = 100 - 80 = 20\%$$

11. मान लो अधिकतम अंक = x है।

पहले छात्र के लिए पास अंक = x का 25% + 30

$$= \frac{25x}{100} + 30$$

$$= \frac{x}{4} + 30$$

∴ दूसरे छात्र के लिए पास अंक = x का 50% - 20

$$= \frac{x \times 50}{100} - 20 = \frac{x}{2} - 20$$

दोनों स्थितियों में पास होने के अंक समान हैं।

$$\text{अब} \quad \frac{x}{4} + 30 = \frac{x}{2} - 20$$

$$= \frac{x}{4} - \frac{x}{2} = -20 - 30$$

$$= \frac{x - 2x}{4} = -50$$

$$-x = 4 \times -50$$

अधिकतम अंक $x = 200$ अंक

$$\begin{aligned}
\text{पास अंक} &= \frac{x}{4} + 30 \\
&= \frac{200}{4} + 30 \\
&= 50 + 30 = 80
\end{aligned}$$

उत्तर-200 अंक, 80 अंक

12. माना वेतन बढ़ने से पूर्व अफसर का वेतन था = ₹ 100

वेतन में वृद्धि = 50%

वेतन बढ़कर हो गया = 100 + 50 = 150 ₹

अब 150 ₹ की बजाय वेतन रहे = ₹ = 100

1 ₹ की बजाय वेतन रहे = ₹ = 100

100 ₹ की बजाय वेतन रहे = $\frac{100 \times 100}{150} = \frac{200}{3}$

वेतन में कमी = $100 - \frac{200}{3}$

$\frac{300 - 200}{3} = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}\%$

अभ्यास 8 B

1. साड़ी प्लेयर का क्रय मूल्य = ₹ 1500

सीडी प्लेयर का विक्रय मूल्य = ₹ 1750

लाभ = विक्रय मूल्य - क्रय मूल्य = 1750 - 1500 = 250 ₹

लाभ % = $\frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}} = \frac{250 \times 100}{1500} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}\%$

2. कलाई घड़ी का क्रय मूल्य = ₹ 2200

कलाई घड़ी का विक्रय मूल्य = ₹ 1980

हानि = क्रय मूल्य - विक्रय मूल्य

= 2200 - 1980 = 220 ₹

हानि % = $\frac{\text{हानि} \times 100}{\text{शुद्ध क्रय मूल्य}} = \frac{220 \times 100}{2200} = 10\%$

3. बाइक का क्रय मूल्य = ₹ 12000

बाइक का मरम्मत पर खर्च = ₹ 2850

बाइक का शुद्ध क्रय मूल्य = ₹ 12000+2850 = 14850 रु०

बाइक का विक्रय मूल्य = ₹ 13860

हानि = शुद्ध क्रय मूल्य – विक्रय मूल्य

$$= 14850 - 13860 = ₹ 990$$

$$\begin{aligned}\text{हानि \%} &= \frac{\text{हानि} \times 100}{\text{शुद्ध क्रय मूल्य}} = \frac{990 \times 100}{14850} = \frac{110 \times 2}{33} \\ &= \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}\%\end{aligned}$$

4. लाभ = 18 – 16 = 2

$$\begin{aligned}\text{लाभ \%} &= \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}} = \frac{2 \times 100}{10} \\ &= \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}\%\end{aligned}$$

5. हानि = 30 – 25 = 5

$$\begin{aligned}\text{हानि \%} &= \frac{\text{हानि} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}} \\ &= \frac{5 \times 100}{30} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}\%\end{aligned}$$

6. ∴ 20 संतरों का क्रय मूल्य = ₹ 56

$$\therefore 1 \text{ संतरे का क्रय मूल्य} = \frac{56}{20}$$

∴ 12 संतरों का विक्रय मूल्य = 35

$$\therefore 1 \text{ संतरे का विक्रय मूल्य} = \frac{35}{12}$$

$$\begin{aligned}\text{लाभ} &= \frac{35}{12} - \frac{56}{20} \\ &= \frac{175 - 168}{60} = \frac{7}{60}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{लाभ \%} &= \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}} \\ &= \frac{7 \times 100 \times 20}{60 \times 56} = \frac{100}{3 \times 8} = \frac{25}{6} \\ &= 4.16\%\end{aligned}$$

7. माना वस्तु का क्रय मूल्य = ₹ x

$$\text{लाभ} = x \times \frac{1}{4} = \frac{x}{4}$$

लाभ + क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य

$$\frac{x}{4} + x = 400$$

$$\frac{x + 4x}{4} = \frac{400}{1} \quad \{ \text{crossmultiply करने पर} \}$$

$$5x = 1600$$

$$x = \frac{1600}{5} = 320, \quad \text{लाभ} = \frac{x}{4} = \frac{320}{4} = 80 \text{ रु०}$$

$$\text{लाभ \%} = \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}} = \frac{80 \times 100}{320} = 25\%$$

8. माना रेशमी ड्रेस का क्रय मूल्य = ₹ x

$$\text{लाभ} = x \times \frac{1}{9} = \frac{x}{9} \text{ रु०}$$

अब, लाभ + क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य

$$\frac{x}{9} + x = 960$$

$$\frac{x + 9x}{9} = 960 \quad \{ \text{crossmultiply करने पर} \}$$

$$10x = 9 \times 960$$

$$\therefore x = \frac{9 \times 960}{10} = 864 \text{ रुपए}$$

$$\text{लाभ } 960 - 864 = 96 \text{ रुपए}$$

$$\text{लाभ \%} = \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}} = \frac{96 \times 100}{864}$$

$$= \frac{100}{9} = 11 \frac{1}{9} \%$$

9. कृषि भूमि का क्रय मूल्य ₹ 3,00,000

$$\text{क्रय मूल्य का } \frac{1}{3} = 3,00,000 \times \frac{1}{3} = 1,00,000$$

इसे वह 20% हानि पर बेचता है

अर्थात् विक्रय मूल्य = 100 - 20 = 80 रु०

अब $\frac{1,00,000 \times 80}{100} = 80,000$ रु०

$$3,00,000 \times \frac{2}{5} = 12,0000 \text{ का } 125\% = \frac{12,0000 \times 125}{100}$$

$$\therefore 100 + 25 = 125 \\ = 1,50,000 \text{ रु०}$$

$$\text{शेष बची भूमि} = 1 - \left(\frac{\frac{1}{3} + \frac{2}{5}}{\frac{5+6}{15}} \right) = 1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$$

वह पूरे सौदे पर लाभ चाहता है = 10%

अर्थात् $\frac{3,00,000 \times 10}{100}$ ₹ 30,000

कुल विक्रय मूल्य - 3,00,000 + 30,000 = 330,000

कुल विक्रय मूल्य = 80,000 + 150000 = 2,30,000

शेष विक्रय मूल्य = 330000 - 2,30,000 = 1,00,000

उत्तर- 1, 00,000

10. लाभ = 1000 - 980 = 20 ग्राम

$$\text{लाभ \%} = \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}} = \frac{20 \times 100}{98} = \frac{100}{49} = 2 \frac{2}{49} \%$$

11. माना एक पंखे का क्रय मूल्य = ₹ x तथा दूसरे पंखे का क्रय मूल्य = ₹ y

$$\text{अब } x + y = 2160 \quad \dots(i)$$

एक पंखे को बेचता है = 15% लाभ पर

$$\text{अर्थात् } x \text{ का } 15\% = \frac{x \times 15}{100} = \frac{15x}{100}$$

$$\therefore \text{विक्रय मूल्य} = x + \frac{15x}{100} \\ = \frac{100x + 15x}{100} = \frac{115x}{100} \text{ रु०}$$

दूसरे पंखे को बेचता है = 9% हानि पर

$$\text{अर्थात् } = y \quad \text{का } 9\% = \frac{9 \times y}{100} = \frac{9y}{100}$$

$$\therefore \quad \text{विक्रय मूल्य} = y - \frac{9y}{100}$$

$$\frac{100y - 9y}{100} = \frac{91y}{100}$$

$$\text{अब } \frac{115x}{100} + \frac{91y}{100} = 2160 \quad \dots(\text{ii})$$

$$x + y = 2160 \quad \dots(\text{i}) \times \frac{115}{100}$$

$$\frac{115x}{100} + \frac{115y}{100} = \frac{2160 \times 115}{100} = 2484 \quad (\text{ii}) \text{ में से } (\text{iii}) \text{ घटाने पर}$$

$$\frac{115x}{100} + \frac{91y}{100} = 2160$$

$$\begin{array}{r} - \qquad - \qquad - \\ \hline \qquad \qquad \frac{24y}{100} = 324 \end{array}$$

$$\text{या } y = \frac{324 \times 100}{24} = 1350 \text{ रु०}$$

$$\text{दूसरे पंखे का मूल्य} = 2160 - 1350 = 810$$

12. प्रश्न अधूरा है।

या स्वयं कीजिए।

13. 50 कुर्सियों का क्रय मूल्य = ₹ 50,000

क्षतिग्रस्त कुर्सियों की संख्या = 20

$$1 \text{ कुर्सी का क्रय मूल्य} = \frac{50,000}{50}$$

$$= 1000 \text{ रु०}$$

20 कुर्सियों का क्रय मूल्य = 20,000 रु०

$$20,000 \times \frac{3}{4} = 15000 \text{ रु० वि०मू०}$$

पूरे सौदे पर चाहता है = 35% का लाभ

$$\therefore \quad \text{वि० मू०} = 100 + 35 = 135$$

$$\therefore 100 \text{ क्रय मूल्य तो वि० मूल्य} = 135 \text{ रु०}$$

$$\begin{aligned}
1 \text{ क्रय मूल्य तो वि०मू०} &= \frac{135}{100} \\
50,000 \text{ क्रय मूल्य तो वि०मू०} &= \frac{135 \times 50,000}{100} \\
&= 67,500 \text{ रु०} \\
\text{शेष } 67500 - 15000 &= 52500 \text{ रु०} \\
\text{शेष कुर्सियों} &= 50 - 20 = 30 \\
\text{प्रत्येक कुर्सी का वि०मू०} &= \frac{52500}{30} \text{ रु०} \\
&= 1750 \text{ रु०}
\end{aligned}$$

14. माना वस्तु का क्रय मूल्य = x रु०

$$\text{लाभ} = 5\% \text{ अर्थात् } x + \frac{5x}{100} = \frac{105x}{100}$$

$$\text{हानि} = 5\% = (x + 50) \frac{95}{100}$$

$$\text{अब } \frac{105x}{100} = \frac{(x + 50) 95}{100}$$

$$105x = 95x - 50 \times 95$$

$$105x - 95x = -4750$$

$$10x = -4750$$

$$x = -475 \text{ या } 475 \text{ रु०}$$

$$\text{वस्तु का विक्रय मूल्य} = 475 + 50 = 525 \text{ रु०}$$

15. स्वयं कीजिए।

अभ्यास 8 C

1. वि. मू. ज्ञात कीजिए, यदि

(a) अंकित मूल्य = ₹ 650, छूट = 10%

$$\text{छूट} = \frac{650 \times 10}{100} = 65 \text{ रु०}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{विक्रय मूल्य} &= \text{अंकित मूल्य} - \text{छूट} \\
&= 650 - 65 = 585 \text{ रु०।}
\end{aligned}$$

(b) अंकित मूल्य = ₹ 5400

$$\text{छूट} = 5\%$$

$$\text{छूट} = \frac{5400 \times 5}{100} = 270$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{विक्रय मूल्य} &= 5400 - 270 \\ &= 5130 \text{ रु०} \end{aligned}$$

2. अंकित मूल्य ज्ञात कीजिए, यदि

(a) अंकित मूल्य = ?

$$\text{वि. मू.} = 3430 \text{ रु०, छूट} = 2\%$$

माना अंकित मूल्य = ₹ 100 तो

$$\text{वि. मू.} = 100 - 2 = 98 \text{ रु०}$$

यदि वि० मू० 98 तो अंकित मूल्य = ₹ 100

$$1 \text{ वि० मू० } 98 \text{ तो अंकित मूल्य} = \frac{100}{98}$$

$$\begin{aligned} 3430 \text{ वि० मू० } 98 \text{ तो अंकित मूल्य} &= \frac{100 \times 3430}{98} \\ &= \frac{100 \times 245}{7} = 3500 \end{aligned}$$

उत्तर- 3500

(b) माना अंकित मूल्य = ₹ 100

$$\text{छूट} = 7.5\%$$

$$\text{तो वि. मू.} = 100 - 7.5 = 92.5 \text{ रु०}$$

\therefore वि० मू० = 92.5 तो अंकित मूल्य = 100

$$\text{वि० मू० } 1 \text{ तो अंकित मूल्य} = \frac{100}{92.5}$$

$$\begin{aligned} 9250 \text{ वि० मू० } 92.5 \text{ तो अंकित मूल्य} &= \frac{100 \times 92500}{925} \\ &= 10000 \text{ रु०।} \end{aligned}$$

3. छूट प्रतिशत ज्ञात कीजिए जबकि

(a) अंकित मूल्य = ₹ 625

विक्रय मूल्य = ₹ 562.50

$$\text{छूट } 625 - 562.50$$

$$= 62.50$$

$$\begin{aligned}\text{छूट \%} &= \frac{\text{छूट} \times 100}{\text{अंकित मूल्य}} = \frac{6250 \times 100}{62500} \\ &= \frac{6250}{625} = 10\%\end{aligned}$$

(b) अंकित मूल्य = ₹ 1600

वि० मू० = ₹ 1180

$$\text{छूट} = 1600 - 1180 = 420 \text{ रु०}$$

$$\begin{aligned}\text{छूट \%} &= \frac{\text{छूट} \times 100}{\text{अंकित मूल्य}} \\ &= \frac{420 \times 100}{1600} = \frac{105}{4} = 26 \frac{1}{4} \%\end{aligned}$$

4. टी०वी० सेट का अंकित मूल्य = ₹ 18500

$$\text{छूट} = 12\%$$

$$\text{छूट} = \frac{12 \times 18500}{100}$$

$$= 2220 \text{ रु०}$$

शुद्ध मूल्य = वि० मू०

$$= 18500 - 2220$$

$$= 16280 \text{ रु०}$$

5. माना वस्तु का अंकित मूल्य = ₹ 100

$$\text{छूट} = 12\%$$

$$\text{वि० मू०} = 100 - 12 = 88 \text{ रु०}$$

यदि वि० मू० 88 तो अंकित मू० = 100

$$\text{वि० मू० 1 तो अंकित मू०} = \frac{100}{88}$$

$$880 \text{ वि० मू० 88 तो} = \frac{100 \times 880}{88}$$

$$= 1000 \text{ रु०}$$

6. माना साड़ी का अंकित मूल्य = ₹ 100

10% की छूट पर साड़ी का वि० मू० = 100 - 10 = 90 रु०

90 रुपए में भी 20% का लाभ

अर्थात् 100 + 120 रु० वि० मू०

यदि अंकित मूल्य ₹ 120 तो वि० मू० = 90

1 अंकित मू० ₹ $\frac{90}{120}$

$$100 \text{ अंकित मूल्य} = \frac{90}{120} \times 100 = 75 \text{ रु०}$$

यदि वि० मू० 75 तो कुल = 100

$$1 \text{ वि० मू० 75 तो कुल} = \frac{100}{75}$$

$$\begin{aligned} 3000 \text{ वि० मू०} &= \frac{100 \times 3000}{75} \\ &= 4000 \text{ रु०} \end{aligned}$$

7. माना साइकिल का क्रम मू० = 100 रु०

$$\text{छूट} = 25\%$$

$$\text{साइकिल का वि० मू०} = 100 - 25 = 75 \text{ रु०}$$

75 पर भी उसे लाभ = 20%

अर्थात् 100 + 20 = 120 रु०

यदि 120 विक्रय मूल्य तो क्रय मूल्य = 100

यदि 1 विक्रय मूल्य तो क्रय मूल्य = $\frac{100}{120}$

$$75 \text{ पर भी उसे लाभ} = \frac{5100 \times 25}{120} = \frac{125}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{लाभ} &= 75 - \frac{125}{2} \\ &= \frac{150 - 125}{2} = \frac{25}{2} \text{ रु०} \end{aligned}$$

यदि लाभ $\frac{25}{2}$ तो अंकित मूल्य = 100

$$1 \text{ पर भी उसे लाभ} = \frac{100 \times 2}{25}$$

$$\begin{aligned} 360 \text{ पर भी उसे लाभ} &= \frac{100 \times 2 \times 360}{25} \\ &= 2880 \text{ रु०} \end{aligned}$$

8. माना सामान का क्रय मूल्य = ₹ 100

$$\text{छूट} = 25\%$$

$$\therefore \text{वि० मू०} = 100 - 25 = 75 \text{ रु०}$$

इस पर भी उसे 20% बचत होती है।

$$\therefore 100 + 20 = 120 \text{ रु० वि० मू०}$$

यदि वि० मू० 120 तो अंकित मू० = 100

$$\text{वि० मू० 1 तो अंकित मूल्य} = \frac{100}{120}$$

$$\text{वि० मू० 75 तो अंकित मू०} = \frac{100 \times 75}{120} = \frac{250}{4} = \frac{125}{2}$$

यदि $\frac{125}{2}$ वि० मू० तो अंकित मूल्य = 100

$$\text{वि० मू० 1 तो अंकित मूल्य} = \frac{100 \times 2}{125}$$

$$75 \text{ वि० मू० तो अंकित मूल्य} = \frac{100 \times 2 \times 75}{125} = 120$$

= 120 रुपए।

उत्तर- % अधिकता $120 - 100 = 20\%$

9. माना वस्तु का अंकित मूल्य = ₹ 100

$$\text{छूट} = 10\% \text{ तो वि० मू० } 100 - 10 = 90 \text{ रु०}$$

रु० 90 में भी 20 पर लाभ हो रहा है

$$\text{तो विक्रय मूल्य } 100 + 20 = 120 \text{ रु०}$$

$$120 \text{ वि० मू० तो क्रय} = 100$$

$$1 \text{ वि० मू० तो क्रय} = \frac{100}{120}$$

$$90 \text{ वि० मू० तो क्रय} = \frac{100}{120} \times 90 = 75 \text{ रु०}$$

यदि कुल 75 अंकित मूल्य तो क्रय मूल्य = 100 रु०

$$\text{कुल 1 अंकित मूल्य तो क्रय} = \frac{100}{75}$$

$$\text{कुल 450 अंकित मूल्य तो क्रय} = \frac{100 \times 450}{75}$$

उत्तर- 600 रु०

10. रेफ्रीजरेटर का अंकित मूल्य = ₹ 18500 रुपए

प्रथम छूट = 20% पर

रेफ्रीजरेटर का वि० मू० = $100 - 20 = 80$ रु०

यदि अंकित मू० ₹ 100 तो वि० मू० = 80

1 अंकित मू० तो विक्रय मूल्य = $\frac{80}{100}$

18500 अंकित मू० ₹ $\frac{80}{100} \times 18500$
= 14800 रु०

दूसरी छूट = 50%

$100 - 5 = 95$ रु०

यदि अंकित मूल्य 100 तो वि० मू० = 95

अंकित मूल्य 1 तो वि० मू० = $\frac{95}{100}$

$14800 = \frac{95 \times 14800}{100}$

उत्तर-14060 रु०।

11. माना अंकित मूल्य = ₹ 100

तो प्रथम छूट = 20%

∴ विक्रय मूल्य $100 - 20 = 80$

दूसरी छूट = 5% तो

विक्रय मूल्य $100 - 5 = 95$

100 अंकित मू० तो वि० मू० = 95

1 अंकित मू० तो वि० मू० = $\frac{95}{100}$

80 अंकित मू० तो वि० मू० = $\frac{95}{100} \times 80 = 76$

अकेली छूट = $100 - 76 = 24\%$

गणितीय बौद्धिक कौशल

1. 100

2. 25%

3. Rs. 6050

4. हानि = Rs. 1250

5. Rs. 3600

6. Rs 1000

7. 44%

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (b)

2. (c)

3. (c)

4. (b)

5. (b)

6. (b)

9

चक्रवृद्धि ब्याज

अभ्यास 9 A

1. मूलधन = ₹ 2000, समय = 3 वर्ष, दर = 15%

$$\text{सूत्र- } A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$A = 2000 \left(1 + \frac{15}{100} \right)^3$$

$$A = 2000 \left(\frac{23}{20} \right)^3$$

$$A = \frac{2000 \times 23 \times 23 \times 23}{20 \times 20 \times 20}$$

$$A = \frac{12167}{4} = 3041.75 \text{ रु०}$$

$$\begin{aligned} \text{चक्रवृद्धि ब्याज} &= \text{मिश्रधन} - \text{मूलधन} \\ &= 3041.75 - 2000 \\ &= 1041.75 \text{ रुपए} \end{aligned}$$

उत्तर- 3041.75 रु०, 1041.75 रुपए।

2. मूलधन = ₹ 6000, समय = 2 वर्ष

दर = 12%

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$A = 6000 \left(1 + \frac{12}{100}\right)^2$$

$$A = \frac{6000 \times 28 \times 28}{25 \times 25}$$

$$A = \frac{240 \times 28 \times 28}{25}$$

$$A = \frac{48 \times 28 \times 28}{5}$$

$$A = 7526.40$$

$$\begin{aligned} \text{चक्रवृद्धि ब्याज} &= \text{मि० मू०} \\ &= 7526.40 - 6000 \\ &= 1526.40 \text{ रुपए।} \end{aligned}$$

3. मूलधन = ₹ 50,000, समय = 3 वर्ष, दर = 10%

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$A = 50,000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3$$

$$A = \frac{50,000 \times 11 \times 11 \times 11}{10 \times 10 \times 10}$$

$$= 66550 \text{ रु०}$$

$$\begin{aligned} \text{चक्रवृद्धि ब्याज} &= \text{मि० - मू०} \\ &= 66550 - 50,000 \\ &= 16550 \text{ रु०} \end{aligned}$$

4. मूलधन = ₹ 20,000, समय = 3 वर्ष, दर = $2\frac{1}{2}\%$

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$A = 20,000 \left(1 + \frac{25}{1000}\right)^n$$

$$A = 20,000 \left(\frac{41}{40}\right)^3$$

$$A = \frac{20,000 \times 41 \times 41 \times 41}{40 \times 40 \times 40}$$

$$A = \frac{5 \times 41 \times 41 \times 41}{16} = \frac{344605}{16}$$

$$= 21537.81 \text{ रु०}$$

5. मूलधन = ₹ 25000, समय = $1\frac{1}{2}$ वर्ष, दर = 8%

जब ब्याज छमाही जुड़ता है तो समय का दुगुना = $1\frac{1}{2} \times 2 = 3$ वर्ष

तथा दर का आधा $8/2 = 4\%$ हो जाएगा।

अब
$$A = PC\left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$A = 25000\left(1 + \frac{4}{100}\right)^3$$

$$A = 25000\left(\frac{26}{25}\right)^3$$

$$A = \frac{25000 \times 26 \times 26 \times 26}{25 \times 25 \times 25}$$

$$A = \frac{8 \times 26 \times 26 \times 26}{5}$$

$$A = 28121.60$$

$$\begin{aligned} \text{चक्रवृद्धि ब्याज} &= \text{मि०} - \text{मू०} \\ &= 28121.60 - 25000 \end{aligned}$$

उत्तर- 3121.60 रु०।

6. मूलधन = ₹ 2000, समय = $1\frac{1}{2} \times 2 = 3$ वर्ष

$$\text{दर} = \frac{10}{2} = 5\% \quad (\because \text{ब्याज छमाही है})$$

अब
$$A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$A = 2000\left(1 + \frac{5}{100}\right)^3$$

$$A = 2000 \left(\frac{21}{20} \right)^3$$

$$A = \frac{2000 \times 21 \times 21 \times 21}{20 \times 20 \times 20}$$

$$A = \frac{9261}{4} = 2315.25$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{चक्रवृद्धि ब्याज} &= \text{मि0} - \text{मू0} \\ &= 2315.25 - 2000 \\ &= 315.25 \text{ रुपए।} \end{aligned}$$

7. मूलधन = ₹ 25000, समय = $1 \frac{1}{2} \times 2 = 3$ वर्ष

$$\text{दर} = \frac{20}{2} = 10\%$$

∴ ब्याज छमाही देय है।

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$A = 25000 \left(1 + \frac{10}{100} \right)^3$$

$$A = 25000 \times \left(\frac{11}{10} \right)^3$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{25000 \times 11 \times 11 \times 11}{10 \times 10 \times 10} \\ &= 25 \times 1331 \end{aligned}$$

उत्तर- 33, 275 रु0।

8. मूलधन = ₹ 10,000, समय 6 माह = $\frac{1}{2} \times 4 = 2$ वर्ष

$$\text{दर} = \frac{12}{4} = 3\%$$

अब $A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$

$$A = 10,000 \left(1 + \frac{3}{100} \right)^2$$

$$A = 10,000 \times \frac{103 \times 103}{100 \times 100}$$

उत्तर-10609 रुपए।

अभ्यास 9 B

चक्रवृद्धि मिश्रधन और चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करने के लिए सूत्र का प्रयोग कीजिए जबकि :

1. मूलधन = ₹ 8500, समय = 2 वर्ष, दर = 8%

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$A = 8500 \left(1 + \frac{8}{100} \right)^2$$

$$A = 8500 \left(\frac{27}{25} \right)^2$$

$$A = \frac{340 \times 27 \times 27}{25 \times 25}$$

$$A = \frac{340 \times 27 \times 27}{25} = 9914.40$$

$$= 9914.40 - 8500$$

ब्याज = 1414.40 रु०।

2. मूलधन = ₹ 50,000 दर = 10%

समय = $2 \frac{1}{2}$ वर्ष

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$A = 50,000 \left(1 + \frac{10}{100} \right)^{2\frac{1}{2}}$$

पहले हम 2 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन ज्ञात करेंगे।

$$A = 50,000 \left(1 + \frac{10}{100} \right)^2$$

$$= 50,000 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10}$$

$$= 60500$$

शेष छः माह का साधारण ब्याज =

$$\begin{aligned}\text{साधारण ब्याज} &= \frac{PRT}{100} \\ &= \frac{60500 \times 10 \times 1}{100 \times} \\ &= 3025\end{aligned}$$

$$\text{मिश्रधन} = 60500 + 3025$$

$$= 63525 \text{ रु०}$$

$$\text{ब्याज} = 63525 - 50,000$$

$$= 13525 \text{ रु०}$$

3. मूलधन = ₹ 2500, समय = 2 वर्ष

$$\text{दर} = 9\%$$

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$A = 2500 \left(1 + \frac{9}{100} \right)^2$$

$$A = 2500 \left(\frac{109}{100} \right)^2$$

$$A = \frac{2500 \times 109 \times 109}{100 \times 100}$$

$$= \frac{11881}{4} = 2970.25$$

$$\text{ब्याज} = \text{मि०} - \text{मू०}$$

$$= 2970.25 - 2500$$

$$= 470.25 \text{ रु०}$$

उत्तर-2970.25, 470.25

4. मूलधन = ₹ 3200, समय = 3 वर्ष, दर = 25%

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$A = 3200 \left(1 + \frac{25}{100}\right)^3$$

$$A = 3200 \left(\frac{5}{4}\right)^3$$

$$A = \frac{3200 \times 5 \times 5 \times 5}{4 \times 4 \times 4}$$

$$A = 50 \times 125 = 6250$$

$$\text{ब्याज} = \text{मि०} - \text{मू०}$$

$$= 6250 - 3200 = 3050$$

5. मूलधन = ₹ 15625, समय = 2 वर्ष, दर = 4%

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$A = 15625 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^2$$

$$A = 15625 \left(\frac{26}{25}\right)^2$$

$$A = \frac{15625 \times 26 \times 26}{25 \times 25}$$

$$A = 25 \times 26 \times 26$$

$$= 16900 \text{ रु०}$$

$$\text{ब्याज} = \text{मि०} - \text{मू०}$$

$$= 16900 - 15625$$

$$= 1275 \text{ रु०}$$

6. मूलधन = ₹ 6400, समय = 2 वर्ष, दर = 17.5%

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$A = 6400 \left(1 + \frac{17.5}{100}\right)^2$$

$$A = 6400 \times \left(1 + \frac{7}{40}\right)^2$$

$$A = \frac{6400 \times 47 \times 47}{40 \times 40} = 8836 \text{ रु०}$$

$$\text{ब्याज} = \text{मि०} - \text{मू०} = 8836 - 6400 = 2436$$

उत्तर- 2436 रु०।

7. मूलधन = ₹ 1000, समय = 2×2 वर्ष, = 4

$$\text{दर} = \frac{20}{2} = 10\% \quad (\because \text{ब्याज छमाही देय है})$$

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$A = 100 \left(1 + \frac{10}{100} \right)^4$$

$$A = 1000 \left(\frac{11}{10} \right)^4$$

$$A = 1440$$

$$A = \frac{1000 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11}{10 \times 10 \times 10 \times 10}$$

$$A = 1464.10$$

या ब्याज = $1464.10 - 1000$

उत्तर-464.10

8. मूलधन = ₹ 4016,

$$\text{समय} = 1 \frac{1}{2} \times 2 = 3 \text{ वर्ष}$$

$$\text{दर} = \frac{12.5}{2} = 6.25\% \quad (\because \text{ब्याज छमाही देय है।})$$

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$A = 4096 \left(1 + \frac{6.25}{100} \right)^3$$

$$A = 4096 \left(1 + \frac{625}{10,000} \right)^3$$

$$A = 4096 \left(\frac{17}{16} \right)^3 = 400$$

$$A = \frac{4096 \times 17 \times 17 \times 17}{16 \times 16 \times 16}$$

$$A = \frac{4016 \times 4913}{4096}$$

$$A = 4913 \text{ रु०।}$$

9. माना वह धन ₹ x है।

$$\begin{aligned} \text{साधारण ब्याज} &= \frac{PRT}{100} \\ &= \frac{x \times 6.25 \times 3}{100} \\ &= \frac{x \times 625 \times 3}{100 \times 100} = \frac{3x}{16} \\ &= \frac{3x}{16} = 2400 \end{aligned}$$

$$3x = 2400 \times 16$$

$$\therefore x = \frac{2400 \times 16}{3} = 12800 \text{ रु०}$$

$$\text{अब } A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$A = 12800 \left(1 + \frac{6.25}{100} \right)^3$$

$$A = 12800 \left(1 + \frac{625}{100 \times 100} \right)^3$$

$$A = 12800 \left(1 + \frac{1}{16} \right)^4$$

$$A = \frac{12800 \times 17 \times 17 \times 17}{16 \times 16 \times 16} = \frac{122825}{8} = 15353.13 \text{ रु०}$$

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मि०} - \text{मू०}$$

$$= 15353.13 - 12800 = 2553.13 \text{ रु०।}$$

10. जब ब्याज तिमाही देय हो तो दर / 4 तथा समय $\times 4$ हो जाता है।

$$\text{दर} = \frac{20}{4} = 5\%, \text{ समय} = 1 \times 4 = 4 \text{ वर्ष}$$

$$\text{अब } A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$A = 3,20,000 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^4$$

$$A = 3,20,000 \left(\frac{21}{20} \right)^4$$

$$A = \frac{3,20,000 \times 21 \times 21 \times 21}{20 \times 20 \times 20 \times 20}$$

$$A = 388962$$

$$\begin{aligned} \text{चक्रवृद्धि ब्याज} &= \text{मि0} - \text{मू0} \\ &= 388962 - 3,20,000 \\ &= 68962 \text{ रु0} \end{aligned}$$

11. मूलधन (P) = ₹ 80,000, ब्याज दरें = $R_1 = 4\%$, $R_2 = 5\%$

तथा $R_3 = 10\%$

$$\begin{aligned} 3 \text{ वर्षों के बाद मिश्रधन} &= P \left(1 + \frac{R_1}{100} \right) \left(1 + \frac{R_2}{100} \right) \left(1 + \frac{R_3}{100} \right) \\ &= 80,000 \left(1 + \frac{4}{100} \right) \left(1 + \frac{5}{100} \right) \left(1 + \frac{10}{100} \right) \\ &= 80,000 \times \frac{26}{25} \times \frac{21}{20} \times \frac{11}{10} \\ &= 16 \times 26 \times 21 \times 11 \\ &= 96096 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{चक्रवृद्धि ब्याज} &= \text{मि0} - \text{मू0} \\ &= 96096 - 80,000 \\ &= 16096 \text{ रु0} \end{aligned}$$

12. मूलधन (P) = ₹ 8000, $R_1 = 5\%$ तथा $R_2 = 15\%$

$$2 \text{ वर्षों के बाद मिश्रधन} = P \left(1 + \frac{R_1}{100} \right) \left(1 + \frac{R_2}{100} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= 8000 \left(1 + \frac{5}{100}\right) \left(1 + \frac{15}{100}\right) \\
&= 8000 \left(\frac{21}{20}\right) \left(\frac{23}{20}\right) \\
&= 8000 \times \frac{21}{20} \times \frac{23}{20} \\
&= 9660 \text{ रु०।}
\end{aligned}$$

13. मूलधन (P) = ₹ 31250

दर = 16% वार्षिक

समय = 2 वर्ष 3 माह

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$$

$$A = 31250 \left(1 + \frac{16}{100}\right)^2$$

$$A = 31250 \left(\frac{29}{25}\right)^2$$

$$A = \frac{31250 \times 29 \times 29}{25 \times 25}$$

$$\begin{aligned}
A &= 50 \times 29 \times 29 \\
&= 42050 \text{ रु०}
\end{aligned}$$

अब 42050 रु० का 3 माह का साधारण ब्याज

$$= \frac{PRT}{100} = \frac{42050 \times 16 \times 3}{100 \times 12}$$

$$= \frac{4205 \times 4}{10} = \frac{16820}{10}$$

$$= 1682 \text{ रु०}$$

मिश्रधन = मू० + ब्याज

$$= 42050 + 1682$$

$$= 43732 \text{ रु०।}$$

14. मूलधन (P) = ₹ 24000, दर = 20 पैसे, प्रति रुपया प्रति वर्ष

$$= 20\% \text{ प्रति वर्ष}$$

$$\text{दर} = \frac{20}{4} = 4\% (\because \text{ब्याज तिमाही देय है।})$$

$$\text{समय} = 9 \text{ माह} = \frac{3}{4} \text{ वर्ष}$$

$$\text{या } \frac{3 \times 4}{4} = 3 \text{ वर्ष}$$

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$A = 24000 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^3$$

$$A = 24000 \left(\frac{21}{20} \right)^3$$

$$A = \frac{24000 \times 21 \times 21 \times 21}{20 \times 20 \times 20}$$

$$A = 27,783$$

$$\begin{aligned} \text{चक्रवृद्धि ब्याज} &= \text{मि०} - \text{मू०} \\ &= 27,783 - 24000 \\ &= 3,783 \end{aligned}$$

15. माना वह मूलधन (P) = x रु० है।

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{PRT}{100}$$

$$1600 = \frac{x \times 4 \times 4}{100}$$

$$\begin{aligned} \text{या } 4x &= 1600 \times 25 \\ &= \frac{1600 \times 25}{4} = 100,00 \text{ रु०।} \end{aligned}$$

$$\text{अब } A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$A = 10000 \left(1 + \frac{10}{100} \right)^4$$

$$A = 10000 \left(\frac{11}{10} \right)^4$$

$$A = \frac{10000 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11}{10 \times 10 \times 10 \times 10}$$

$$= 14641$$

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मि०} - \text{मू०}$$

$$= 14641 - 10000 = 4641 \text{ रु०।}$$

अभ्यास 9 C

1. माना वह धन = ₹ x है तो-

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^x$$

$$A = x \left(1 + \frac{15}{100} \right)^2$$

$$A = x \left(\frac{23}{20} \right)^2$$

$$A = \frac{x \times 23 \times 23}{20 \times 20}$$

$$A = \frac{529x}{400}$$

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मि०} - \text{मू०}$$

$$= \frac{529x}{400} - x = 1290$$

$$= \frac{529x - 400x}{400} = 1290$$

$$129x = 400 \times 1290$$

$$\therefore x = \frac{400 \times 1290}{129}$$

$$x = 4000 \text{ रु०।}$$

2. माना वह राशि = ₹ x है

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^x$$

$$55125 = x \left(1 + \frac{5}{100} \right)^2$$

$$55125 = x \left(\frac{21}{20} \right)^2$$

$$55125 = \frac{x \times 21 \times 21}{20 \times 20}$$

$$x = \frac{55125 \times 20 \times 20}{21 \times 21} = 50000 \text{ ₹}$$

$$3. A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$13310 = 10000 \left(1 + \frac{R}{100} \right)^3$$

$$= \frac{13310}{10000} = \left(1 + \frac{R}{100} \right)^3$$

$$= \left(\frac{11}{10} \right)^3 = \left(1 + \frac{R}{100} \right)$$

$$\text{या } 1 + \frac{R}{100} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{R}{100} = \frac{11}{10} - 1$$

$$= \frac{R}{100} = \frac{11 - 10}{10}$$

$$= \frac{R}{100} = \frac{1}{10}$$

$$R = \frac{100}{10} = 10\%$$

$$\therefore R = 10\%$$

4. ब्याज छमाही देय है।

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$926.10 = 800 \left(1 + \frac{R}{200} \right)^3$$

$$= \frac{92610}{80000} = \left(1 + \frac{R}{100} \right)^3$$

$$\left(\frac{21}{20}\right)^3 = \left(1 + \frac{R}{200}\right)^3$$

या $1 + \frac{R}{200} = \frac{21}{20}$

$$\frac{R}{200} = \frac{21}{20} - 1$$

$$\frac{R}{200} = \frac{21 - 20}{20}$$

$$\frac{R}{200} = \frac{1}{20}$$

$$20R = 200$$

$$R = \frac{200}{20} = 10$$

$\therefore R = 10\%$

5. $A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$

$$882 = 800\left(1 + \frac{5}{100}\right)^n$$

$$\frac{882}{800} = \left(\frac{21}{20}\right)^n$$

$$\frac{441}{400} = \left(\frac{21}{20}\right)^n$$

$$\left(\frac{21}{20}\right)^2 = \left(\frac{21}{20}\right)^n$$

$\therefore n = 2$ वर्ष

6. $A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$

$$68921 = 64000\left(1 + \frac{5}{200}\right)^n \times 2 \quad \{\because \text{ब्याज छमाही देय है}\}$$

$$\frac{68921}{64000} = \left(\frac{41}{40}\right)^{2n}$$

$$\left(\frac{41 \times 41 \times 41}{40 \times 40 \times 40}\right) = \left(\frac{41}{40}\right)^{2n}$$

$$\left(\frac{41}{40}\right)^3 = \left(\frac{41}{40}\right)^{2n}$$

$$2n = 3$$

$$n = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \text{ वर्ष}$$

7. मूलधन (P) = 1800 रु०

चक्रवृद्धि ब्याज = 378 रु०

मिश्रधन (A) = 1800 + 378 = 2178 रु०

$$A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$2178 = 1800\left(1 + \frac{10}{100}\right)^n$$

$$\frac{2178}{1800} = \left(\frac{11}{10}\right)^n$$

$$\frac{1089}{900} = \left(\frac{11}{10}\right)^n$$

$$\left(\frac{33}{30}\right)^2 = \left(\frac{11}{10}\right)^n$$

$$\left(\frac{11}{10}\right)^2 = \left(\frac{11}{10}\right)^n$$

$$x = 2 \text{ वर्ष।}$$

8. साधारण ब्याज = $\frac{PRT}{100} = \frac{x \times 5 \times 3}{100}$

$$= \frac{3x}{20} \text{ रु०}$$

$$A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$A = x\left(1 + \frac{5}{100}\right)^3$$

$$A = x9\left(\frac{21}{20}\right)^3$$

$$A = \frac{x \times 21 \times 21 \times 21}{20 \times 20 \times 20}$$

$$= \frac{9216x}{8000}$$

च० ब्याज = मि० - मू०

$$\frac{9261}{8000} - x$$

$$\frac{9261x - 8000x}{8000} = \frac{1261x}{8000}$$

च० ब्याज - सा० ब्याज

$$\frac{1261x}{8000} - \frac{3x}{20} = 61$$

$$\frac{1261x - 1200x}{8000} = 61$$

$$\frac{61x}{8000} = \frac{61}{1}$$

$$61x = 8000 \times 61$$

$$x = \frac{8000 \times 61}{61}$$

$$x = 8000 \text{ रु०}$$

9. माना वह धन = ₹ x है।

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{PRT}{100}$$

$$= \frac{x \times 20 \times 3}{3 \times 100}$$

$$= \frac{x}{5} \text{ रु०}$$

$$A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$A = x\left(1 + \frac{20}{300}\right)^3$$

$$A = x \left(\frac{16}{15} \right)^3$$

$$A = \frac{x \times 16 \times 16 \times 16}{15 \times 15 \times 15}$$

$$A = \frac{x \times 4096}{3375} = \frac{4096x}{3375}$$

चक्रवृद्धि ब्याज = मि. - मू०

$$= \frac{4096x}{3375} - x$$

$$\frac{4096x - 3375x}{3375} = \frac{721x}{3375} \text{ रु०}$$

चक्रवृद्धि ब्याज = $\frac{721x}{3375}$ रु०

चक्रवृद्ध ब्याज - सा० ब्याज

$$\frac{721x}{3375} = \frac{x}{5}$$

$$\frac{721x - 675x}{3375} = \frac{46x}{3375}$$

अब $\frac{46x}{3375} = \frac{184}{1}$ { crossmultiply करने पर }

$$46x = 3375 \times 184$$

$$x = \frac{3375 \times 184}{46} = 13500 \text{ रु०}$$

उत्तर- 13500 रु०

10. धन का 3 वर्ष में मिश्रधन = 2315.25 रु०

धन का 3 वर्ष में मिश्रधन = 2205.00 रु०

1 वर्ष का साधारण ब्याज = 110.25 रु०

धन = 2205 - 110.25 = 2195.25 रु०

साधारण ब्याज = $\frac{PRT}{100}$

$$110.25 = \frac{2195.25 \times R \times 1}{100}$$

$$R = \frac{110.25 \times 100}{2195.25 \times 1}$$

$$R = \frac{11025 \times 100}{219525} = \frac{44100}{8781}$$

$$= 5.02$$

या 5% उत्तर।

अभ्यास 9 D

1. $A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$

$$A = 80,000 \left(1 + \frac{7.5}{100}\right)^2$$

$$A = 80,000 \left(1 + \frac{75}{1000}\right)^2$$

$$A = 80,000 \left(\frac{43}{40}\right)^2$$

$$A = \frac{80,000 \times 43 \times 43}{40 \times 40}$$

$$A = 50 \times 43 \times 43 = 92450 \text{ ₹}$$

2. $A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$

$$A = 40,000 \left(1 + \frac{4-2}{100}\right)^2$$

$$A = 40,000 \left(1 + \frac{2}{100}\right)^2$$

$$A = 40,000 \left(\frac{51}{50}\right)^2$$

$$A = \frac{40,000 \times 51 \times 51}{50 \times 50}$$

$$A = 41616$$

$$3. A = P \left(1 - \frac{R}{100}\right)^n$$

$$A = 16000 \left(1 + \frac{3}{100}\right) \left(1 + \frac{2.5}{100}\right) \left(1 + \frac{5}{100}\right)$$

$$A = 160000 \left(1 + \frac{3}{100}\right) \left(1 + \frac{25}{1000}\right) \left(1 + \frac{5}{100}\right)$$

$$A = 160000 \left(\frac{103}{100}\right) \left(\frac{41}{40}\right) \left(\frac{21}{20}\right)$$

$$A = 160000 \times \frac{103}{100} \times \frac{41}{40} \times \frac{21}{20}$$

$$A = 2 \times 103 \times 41 \times 21$$

उत्तर- 777366 रु०।

$$4. A = P \left(1 - \frac{R}{100}\right)^n$$

$$A = 62500 \left(1 - \frac{4}{100}\right)^2$$

$$A = 62500 \left(\frac{24}{25}\right)^2$$

$$A = \frac{62500 \times 24 \times 24}{25 \times 25}$$

$$A = \frac{100 \times 24 \times 24}{625}$$

उत्तर- 57600

$$5. A = P \left(1 - \frac{R}{100}\right)^n$$

$$9680 = P \left(1 - \frac{12}{100}\right)^2$$

$$9680 = P \left(\frac{22}{25}\right)^2$$

$$\frac{9680}{1} = \frac{P \times 22 \times 22}{25 \times 25}$$

$$P \times 22 \times 22 = 9680 \times 25 \times 25$$

$$P = \frac{9680 \times 25 \times 25}{22 \times 22}$$

$$P = 20 \times 625$$

$$P = 12500 \text{ रु०}$$

$$6. A = P \left(1 - \frac{R_1}{100}\right)^n$$

$$A = 360000 \left(1 - \frac{10}{100}\right)^2$$

$$A = 360000 \left(\frac{9}{10}\right)^2$$

$$A = \frac{360000 \times 9 \times 9}{10 \times 10}$$

$$A = 3600 \times 81 = 291600$$

अगले वर्ष कार के मूल्य में अवमूल्यन-

$$A = 291600 \left(1 - \frac{20}{100}\right)^7$$

$$A = 291600 \times \frac{4}{5}$$

$$A = 58320$$

$$291600 - 58320$$

उत्तर- 233280 रु०

गणितीय बौद्धिक कौशल

- | | |
|---------------------|----------|
| 1. चक्रवृद्धि ब्याज | 2. मूलधन |
| 3. Rs 630.50 | 4. 97.20 |
| 5. Rs 18300 | 6. 10% |

बहुविकल्पीय प्रश्न

- | | | |
|--------|--------|--------|
| 1. (b) | 2. (c) | 3. (c) |
| 4. (b) | 5. (b) | 6. (b) |

अभ्यास 10 A

1. (i) $\frac{a}{b}$ के रूप में व्यक्त करने पर

$$\frac{4}{12} = \frac{1}{3}, \frac{7}{21} = \frac{1}{3}, \frac{21}{63} = \frac{1}{3}, \frac{28}{84} = \frac{1}{3}$$

$$(ii) \frac{1.25}{5} = \frac{125}{500} = \frac{1}{4}, \frac{2.5}{10} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}, \frac{5}{20} = \frac{1}{4},$$

$$\frac{7.5}{30} = \frac{75}{300} = \frac{1}{4}$$

(iii) में विचरण का स्थिरांक 3 व 4 हैं।

2. यदि x और y अनुक्रमानुपाती विचरण में हैं, तो निम्नांकित तालिकाओं में छूटी प्रविष्टियों में छूटी प्रविष्टियों को ज्ञात कीजिए:

(i)

x	2.5	x_1	x_2	x_3	17
y	5	8	18	30	x_4

$$\frac{2.5}{5} = \frac{x_1}{8}$$

$$\frac{2.5}{5} = \frac{x_2}{18}$$

$$\frac{25}{50} = \frac{x_1}{8}$$

$$x_2 \times 5 = 2.5 \times 18$$

$$50x_1 = 25 \times 8$$

$$x_2 = \frac{2.5 \times 18}{50}$$

$$x_1 = \frac{25 \times 8}{50}$$

$$x_2 = 9$$

$$x_1 = 4$$

$$\frac{2.5}{5} = \frac{x_3}{30}$$

$$\frac{2.5}{5} = \frac{17}{x_4}$$

$$x_3 \times 5 = 2.5 \times 30$$

$$x_3 = \frac{2.5 \times 30}{50}$$

$$x_3 = 15$$

$$(ii) \frac{3}{x_1} = \frac{4}{48}$$

$$4x_1 = 3 \times 48$$

$$x_1 = \frac{3 \times 48}{4}$$

$$x_1 = 36$$

$$\frac{25}{x_3} = \frac{7}{84}$$

$$7 \times x_3 = 25 \times 84$$

$$4x_3 = \frac{25 \times 84}{7}$$

$$x_3 = 300$$

$$2.5 \times x_4 = 17 \times 5$$

$$x_4 = \frac{17 \times 50}{2.5}$$

$$x_4 = 34$$

$$\frac{4}{48} = \frac{x_2}{84}$$

$$48 \times x_2 = 4 \times 84$$

$$x_2 = \frac{4 \times 84}{48}$$

$$x_2 = 7$$

$$\frac{25}{300} = \frac{x_4}{1860}$$

$$300 \times x_4 = 25 \times 1860$$

$$x_4 = \frac{25 \times 1860}{300}$$

$$= 155$$

3. 8:12 :: 20 : x

$$\frac{8}{12} = \frac{20}{x}$$

$$8 \times x = 20 \times 12$$

$$x = \frac{20 \times 12}{8} = 30 \text{ व्यक्तियों की}$$

4.

औजार	120	x
घंटे	5	20

$$\frac{120}{x} = \frac{5}{20}$$

$$x = \frac{120 \times 20}{5} = 480$$

5.

दूरी	125	x
कदम	150	360

$$\frac{125}{x} = \frac{150}{360}$$

$$150 \times x = 125 \times 360$$

$$x = \frac{125 \times 360}{150}$$

$$x = 300 \text{ कदम।}$$

6.

पुस्तक की प्रतियाँ	136	x
सेल्फ की लम्बाई	3.4	5.1

$$\frac{136}{x} = \frac{3.4}{5.1} = \frac{34}{51}$$

$$\frac{136}{x} = \frac{34}{51}$$

$$34 \times x = 136 \times 51$$

$$x = \frac{136 \times 51}{34} = 204 \text{ कॉपियाँ}$$

7.

रुपए	1940	727.50
कपड़ा (मी०)	40	x

$$\frac{1940}{727.50} = \frac{40}{x}$$

$$1940 \times x = 40 \times 727.50$$

$$x = \frac{40 \times 72750}{194000}$$

$$= \frac{4 \times 7275}{1940} = \frac{1455}{97} = 15 \text{ मी०}$$

8.

दूरी	200	x
रुपए	520	559

$$\frac{200}{x} = \frac{520}{559}$$

$$520 \times x = 200 \times 559$$

$$x = \frac{200 \times 559}{520} = 215 \text{ किमी।}$$

9.

गत्ते	12	294
मोटाई (मिमी)	35	x

$$\frac{12}{294} = \frac{35}{x}$$

$$12 \times x = 294 \times 35$$

$$x = \frac{294 \times 35}{12}$$

$$x = \frac{49 \times 35}{2}$$

$$= \frac{1716}{2}$$

$$= 875.50 \text{ मिमी।}$$

10.

भार (ग्राम)	150	x
खिंचाव (सेमी)	2.9	17.4

$$\frac{150}{x} = \frac{2.9}{17.4}$$

$$\frac{150}{x} = \frac{29}{174}$$

$$29 \times x = 150 \times 174$$

$$x = \frac{150 \times 174}{29}$$

$$x = 900 \text{ ग्राम।}$$

अभ्यास 10 B

1. (ii) व (iii) $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$, $\frac{40}{5} = \frac{8}{1}$ इसी प्रकार अन्य संख्याएँ भी x, y के संदर्भ में व्युत्क्रमानुपाती विचरण करते हैं।

2. (i) $\frac{8}{2} = \frac{x_1}{10}$, $\frac{2}{x_2} = \frac{20}{40}$

$$x_1 \times 2 = 8 \times 10 \qquad 20x_2 = 2 \times 40$$

$$x_1 = \frac{8 \times 10}{2} \qquad x_2 = \frac{2 \times 40}{20}$$

$$x_1 = 40$$

$$x_2 = 4$$

(ii) $\frac{16}{32} = \frac{x_1}{4}$, $\frac{8}{128} = \frac{0.5}{x_2}$

$$x_1 \times 32 = 16 \times 4$$

$$8 \times x_2 = 128 \times .5$$

$$x_1 = \frac{16 \times 4}{32}$$

$$x_2 = \frac{128 \times .5}{8}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 8.0$$

$$\frac{8}{5} = \frac{x_3}{10}$$

$$5 \times x_3 = 80$$

$$x_3 = \frac{80}{5} = 16$$

$$x_3 = 16$$

3. 1050 रु० की दर से 52

साइकिलों का क्रय मूल्य $1050 \times 52 = 54600$ रु०

42 रु० प्रत्येक साइकिल का मूल्य बढ़ने पर

52 साइकिलों का क्रय मू० = $(1050 + 42) \times 52$

$$1092 \times 52 = 56784$$

रुपए	54600	56784
साइकिल	52	x

$$\frac{54600}{56784} = \frac{x}{52}$$

$$56784 \times x = 54600 \times 52$$

$$x = \frac{54600 \times 52}{56784}$$

$$= 50$$

4.

व्यक्ति	56	x
दिन	42	14

$$\frac{56}{x} = \frac{14}{42}$$

$$14 \times x = 56 \times 42$$

$$x = \frac{56 \times 42}{14}$$

$$x = 168 \text{ व्यक्ति।}$$

5.

चाल किमी/घंटा	18	x
मिनट	30	20

$$\frac{18}{x} = \frac{20}{30}$$

$$20 \times x = 18 \times 30$$

$$x = \frac{18 \times 30}{20} = 27 \text{ किमी घंटा।}$$

6.

व्यक्ति	1800	x
दिन	40	24

$$\frac{1800}{x} = \frac{24}{40}$$

$$24 \times x = 1800 \times 40$$

$$x = \frac{1800 \times 40}{24}$$

$$x = 3000 \text{ व्यक्ति}$$

7.

सैनिक	1000	x
दिन	20	25

$$\frac{1000}{x} = \frac{25}{20}$$

$$25 \times x = 1000 \times 20$$

$$x = \frac{1000 \times 20}{25} = 800 \text{ सैनिक}$$

स्थानांतरित सैनिकों की संख्या = $1000 - 800 = 200$ सैनिक

8. शेष बचा भोजन 120 व्यक्तियों के लिए $(20 - 5) = 15$ दिन चलेगा। किंतु 30 आदमी चले गए तो शेष रहे आदमी = $120 - 30 = 90$

व्यक्ति	120	90
दिन	15	x

कम व्यक्ति अधिक दिन इसलिए यह एक व्युत्क्रमानुपाती विचरण की स्थिति है।

$$\frac{120}{90} = \frac{x}{15}$$

$$90x = 120 \times 15$$

$$x = \frac{120 \times 15}{90} = 20 \text{ दिन}$$

9. शेष दिन $60 - 12 = 48$

$$60 - 12 = 48$$

$$\text{विद्यार्थी} = 500 + 300 = 800$$

विद्यार्थी	500	800
दिन	48	x

कम दिन, अधिक विद्यार्थी इसलिए यह एक व्युत्क्रमानुपाती विचरण की स्थिति है।

$$\frac{500}{800} = \frac{x}{48}$$

$$x \times 800 = 500 \times 48$$

$$x = \frac{500 \times 48}{800} = 30 \text{ दिन}$$

10. यदि x और y एक-दूसरे से व्युत्क्रमानुपाती विचरण करते हैं और

(i) $x = 6$ जबकि $y = 16$, y ज्ञात कीजिए जबकि $x = 8$

(ii) $x = 10$ जबकि $y = 30$, x ज्ञात कीजिए जबकि $y = 24$

(i) $x = 6, y = 16$

(ii) $x = 10, y = 30$

$$y = ?, x = 8$$

$$x = ? y = 24$$

$$\frac{6}{8} = \frac{y}{16}$$

$$\frac{10}{x} = \frac{24}{30}$$

$$y = \frac{6 \times 16}{8}$$

$$x \times 24 = 10 \times 30$$

$$y = 12$$

$$x = \frac{10 \times 30}{24} = \frac{25}{2}$$

$$= 12.5$$

गणितीय बौद्धिक कौशल

- व्युत्क्रमानुपाती
- अनुक्रमानुपाती
- अनुक्रमानुपाती
- व्युत्क्रमानुपाती
- 28
- 9 दिन

बहुविकल्पीय प्रश्न

- (a)
- (a)
- (a)
- (d)
- (a)
- (b)
- (c)

अभ्यास 11 A

1. पहले लड़के का 1 दिन कार्य = $\frac{1}{5}$

दूसरे लड़के का 1 दिन कार्य = $\frac{1}{4}$

दोनों लड़कों का 1 दिन का कार्य = $\frac{1}{5} + \frac{1}{4}$

$$\frac{4 + 5}{20} = \frac{9}{20}$$

दिनों की संख्या = $\frac{20}{9} = 2\frac{2}{9}$ दिन

2. $A + B$ का 1 दिन का कार्य = $\frac{1}{10}$

अकेले की A का 1 दिन का कार्य = $\frac{1}{15}$

$\therefore B$ का अकेले का 1 दिन का कार्य = $\frac{1}{10} - \frac{1}{15}$

$$\frac{3 - 2}{30} = \frac{1}{30}$$

दिनों की संख्या = 30

3. x, y तथा z का एक साथ मिलकर 1 घंटे का कार्य = $\frac{1}{8}$

अकेले x का 1 घंटे का कार्य = $\frac{1}{20}$

अकेले y का 1 घंटे का कार्य = $\frac{1}{24}$

x व y दोनों का 1 घंटे का कार्य = $\frac{1}{20} + \frac{1}{24}$

$$\frac{6 + 5}{120} = \frac{11}{120}$$

$$\text{अब केवल } -z \text{ का 1 घंटे का कार्य} = \frac{1}{8} - \frac{11}{120}$$

$$\frac{15 - 11}{120} = \frac{4}{120}$$

$$\begin{aligned} \text{या घंटों की संख्या} &= \frac{120}{4} = 30 \\ &= 30 \text{ घंटे} \end{aligned}$$

$$4. \text{ कृति, रिया और नमन का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{8}$$

$$\text{अकेली कृति का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{24}$$

$$\text{अकेले नमन का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{20}$$

$$\text{दोनों का दिन का कार्य} = \frac{1}{24} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{5 + 6}{120} = \frac{11}{120}$$

$$\text{अकेली रिया का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{8} - \frac{11}{120}$$

$$\frac{15 - 11}{120} = \frac{4}{120}$$

$$\text{दिनों की संख्या} = \frac{120}{4} = 30 \text{ दिन}$$

$$5. \text{ अमित का 1 दिन कार्य} = \frac{1}{12}$$

$$\text{मेघा का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{20}$$

$$\text{दोनों का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{12} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{5 + 3}{60} = \frac{8}{60} = \frac{2}{15}$$

$$\text{दोनों का 1 दिन का कार्य} = \frac{2}{15}$$

$$\therefore 3 \text{ दिन का कार्य} = \frac{2}{15} \times 3 = \frac{2}{5}$$

$$\text{शेष कार्य बचा} = 1 - \frac{2}{5}$$

$$\frac{5-2}{5} = \frac{3}{5}$$

मेघा करती है $\frac{1}{20}$ कार्य = 1 दिन में

$$1 \text{ कार्य } \frac{1 \times 20}{1}$$

$$\frac{3}{5} \text{ कार्य } 20 \times \frac{3}{5} = 12 \text{ दिन}$$

$$6. L + M \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{10}$$

$$M + N \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{12}$$

$$L + N \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{15}$$

$L + M + M + N + L + N$ का 1 दिन का कार्य

$$\text{या } 2(L + M + N) \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15}$$

$$= \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15}$$

$$\therefore L + M + N \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{\frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15}}{2}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\frac{1}{60} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15}}{2} = \frac{6+5+4}{60}$$

$$= \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore L + M + N \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{2}$$

$$\text{और } L + N \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{10}$$

$$\therefore L + M + N \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{2} - \frac{1}{10}$$

$$\frac{5-1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\text{या दिनों की संख्या} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} \text{ दिन}$$

अतः N कर सकता है पूरे कार्य को $2\frac{1}{2}$ दिन में

$$\therefore L + M + N \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{2}$$

$$\text{और } M + N \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{12}$$

$$\therefore L + M + N \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{2} - \frac{1}{12}$$

$$\frac{6-1}{12} = \frac{5}{12} \text{ या दिनों की संख्या} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} \text{ दिन}$$

अतः L कर सकता है पूरे कार्य को $2\frac{2}{5}$ दिन में

$$\therefore L + M + N \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{2}$$

$$L + N \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{15}$$

$$\therefore M \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{2} - \frac{1}{15}$$

$$\frac{15-2}{30} = \frac{13}{30} \text{ दिन}$$

अतः M कर सकता है पूरे कार्य को $\frac{30}{13}$ या $2\frac{4}{13}$ दिन में।

$$7. \text{ पहले व्यक्ति का 1 घंटे का कार्य} = \frac{1}{6}$$

$$\text{दूसरे व्यक्ति का 1 घंटे का कार्य} = \frac{1}{4}$$

$$\text{दोनों का व्यक्ति का 1 घंटे का कार्य} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{2+3}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\text{पहले व्यक्ति का 1 घंटे का कार्य} = \frac{1}{6}$$

$$\text{उसका 2 घंटे का कार्य} = \frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3}$$

$$\text{शेष बचा कार्य} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{5}{12} \text{ कार्य को करते हैं 1 घंटे में}$$

$$\therefore 1 \text{ कार्य को करते हैं } \frac{1}{5} \times 12$$

$$\frac{2}{3} \text{ कार्य को करते हैं} = \frac{1 \times 12 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{5} = 1 \frac{3}{5} \text{ घंटे।}$$

$$8. P \text{ का 1 घंटे का कार्य} = \frac{1}{9}$$

$$Q \text{ का 1 घंटे का कार्य} = \frac{1}{18}$$

$$R \text{ का 1 घंटे का कार्य} = \frac{1}{12}$$

$$\text{तीनों का 1 घंटे का कार्य} = \frac{1}{9} + \frac{1}{18} + \frac{1}{12}$$

$$\frac{4+2+3}{36} = \frac{9}{36}$$

$$\text{अतः घंटों की संख्या} = \frac{36}{9} = 4$$

$$= 4 \text{ घंटे।}$$

$$9. A + B + C \text{ का 1 दिन कार्य} = \frac{1}{10} \text{ दिन}$$

$$\text{अकेले } A \text{ का 1 दिन कार्य} = \frac{1}{40} \text{ दिन}$$

$$\text{अकेले } B \text{ का 1 दिन कार्य} = \frac{1}{30} \text{ दिन}$$

$$A + B \text{ का 1 दिन कार्य} = \frac{1}{40} + \frac{1}{30}$$

$$\frac{3+4}{120} = \frac{7}{120} \text{ दिन}$$

$$C \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{10} - \frac{7}{120}$$

$$\frac{12-7}{120} = \frac{5}{120}$$

$$\text{या दिनों की संख्या} = \frac{120}{5} = 24 \text{ दिन}$$

उत्तर- 24 दिन

10. पहले नल का 1 घंटे का कार्य = $\frac{1}{4}$

$$\text{दूसरे नल का 1 घंटे का कार्य} = \frac{1}{3}$$

$$\text{दोनों नलों का 1 घंटे का कार्य} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{3+4}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\text{या घंटों की संख्या} = \frac{12}{7} = 1 \frac{5}{7} \text{ घंटे}$$

11. पाइप A का 1 घंटे का कार्य = $\frac{1}{6}$

$$\text{पाइप B का 1 घंटे का कार्य} = \frac{1}{8}$$

$$\begin{aligned} \text{दोनों पाइपों का 1 घंटे का कार्य} &= \frac{1}{6} + \frac{1}{8} \\ &= \frac{4+3}{24} = \frac{7}{24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{दोनों का 2 घंटों का कार्य} &= \frac{7 \times 2}{24} \\ &= \frac{7}{12} \end{aligned}$$

$$\text{शेष बचा भाग} = 1 - \frac{7}{12}$$

$$\frac{12-7}{12} = \frac{5}{12}$$

∴ नल B $\frac{1}{8}$ भाग को भर सकता है = 1 घंटे में

$$1 \text{ भाग को भर सकता है} = \frac{1 \times 8}{1}$$

$$\frac{5}{12} \text{ भाग को भर सकता है} = \frac{1 \times 8 \times 5}{1 \times 12} = \frac{10}{3}$$

$$\text{या घंटों की संख्या} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3} \text{ घंटे।}$$

12. नल का 1 घंटे का कार्य = $\frac{1}{6}$

$$\text{छेद के कारण दूसरे नल का 1 घंटे का कार्य} = \frac{1}{7}$$

$$\text{टंकी को भरने में लगा समय} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7}$$

$$\frac{7-6}{42} = \frac{1}{42}$$

या घंटों की संख्या 42

उत्तर- 42

13. पहले नल का 1 मिनट का कार्य = $\frac{1}{12}$

$$\text{दूसरे नल का 1 मिनट का कार्य} = \frac{1}{15}$$

$$\text{गंदे पानी के पाइप का 1 मिनट का कार्य} = \frac{1}{10}$$

$$\text{तीनों का 1 मिनट का कार्य} = \frac{1}{12} + \frac{1}{15} - \frac{1}{10}$$

$$\text{अतः} = \frac{5+4-6}{60} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$$

या 20 मिनट

14. नल 'A' का 1 घंटे का कार्य = $\frac{1}{10}$

$$\text{नल 'B' का 1 घंटे का कार्य} = \frac{1}{15}$$

$$\text{दोनों नलों का 1 घंटे का कार्य} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{3+2}{30} = \frac{5}{30}$$

$$\text{दोनां नलों का 4 घंटों का कार्य} = \frac{5}{30} \times 4 = \frac{2}{3}$$

$$\text{टंकी का शेष भाग} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

नल A भरता है टंकी को = 10 घंटे में

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \text{ भाग को भरेगा} &= 10 \times \frac{1}{3} = \frac{10}{3} \\ &= 1 \frac{1}{3} \text{ घंटे} \end{aligned}$$

15. टंकी को भरने में लगा समय

$$\begin{aligned} &\frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}{\frac{3-2}{12}} = \frac{1}{12} \end{aligned}$$

या 12 घंटे

गणितीय बौद्धिक कौशल

- | | |
|------------------|------------|
| 1. कम | 2. ऋणात्मक |
| 3. $\frac{1}{5}$ | 4. 6 दिन |
| 5. 40 दिन | 6. 48 घंटे |

बहुविकल्पीय प्रश्न

- | | | |
|--------|--------|--------|
| 1. (b) | 2. (b) | 3. (a) |
| 4. (b) | 5. (b) | |

अभ्यास 12

- संलग्न चित्र में, $PQRS$ एक चतुर्भुज है।
 - 4, PQ, QR; QR, RS; RS, SP; SP, PQ
 - 2; PQ, SR; PS, QR
 - 4; $\angle P, \angle Q; \angle Q, \angle R; \angle R, \angle S; \angle S, \angle P$
 - 2; $\angle P, \angle R; \angle Q, \angle S$

- \therefore चतुर्भुज के चारों कोणों का योग = 360° होता है।

$$\text{अतः } \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

$$60^\circ + 100^\circ + x^\circ + x^\circ = 360^\circ$$

$$= 160^\circ + 2x^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore 2x^\circ = 360^\circ - 160^\circ$$

$$\therefore 2x^\circ = 200^\circ$$

$$\therefore x^\circ = \frac{200^\circ}{2} = 100^\circ$$

उत्तर- $100^\circ, 100^\circ$

- $2x^\circ + 3x^\circ + 5x^\circ + 8x^\circ = 360^\circ$

$$18x^\circ = 360^\circ$$

$$x^\circ = \frac{360^\circ}{18} = 20^\circ$$

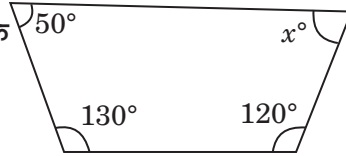
$$\therefore \text{कोण} = 2 \times 20, 3 \times 20, 5 \times 20, 8 \times 20$$

$$= 40^\circ, 60^\circ, 100^\circ, 160^\circ$$

- निम्नलिखित में प्रत्येक में x व अन्य चरों के मान ज्ञात कीजिए :

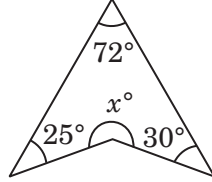
$$\therefore \text{चतुर्भुज के चारों कोणों का योग} = 360^\circ$$

$$\therefore 50^\circ + 130^\circ + 120^\circ + x^\circ = 360^\circ$$



$$300^\circ + x^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore x^\circ = 360^\circ - 300^\circ = 60^\circ$$

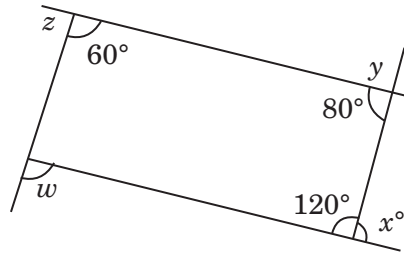


उपर्युक्त के अनुसार-

$$72^\circ + 25^\circ + x^\circ + 30^\circ = 360^\circ$$

$$127^\circ + x^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore x^\circ = 360^\circ - 127^\circ = 233^\circ$$



$$\angle z = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ,$$

$$\angle y = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\angle x = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ,$$

$$\angle w = 120^\circ$$

$$= 360^\circ - (60^\circ + 80^\circ + 120^\circ)$$

$$360^\circ - 260^\circ = 100^\circ$$

$$\therefore \angle w = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

5. चतुर्भुज के सभी कोण = x° की माप के हैं।

$$\text{अतः} \quad 4x = 360^\circ$$

$$x = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$$

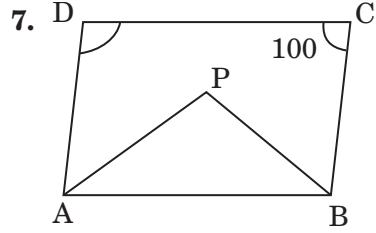
उत्तर- 90° प्रत्येक कोण।

$$6. 65^\circ + 65^\circ + 130^\circ + \angle D = 360^\circ$$

$$260^\circ + \angle D = 360^\circ$$

$$\therefore \angle D = 360^\circ - 260^\circ$$

$$\therefore \angle D = 100^\circ$$



$$\text{हम जानते हैं कि } \angle APB = \frac{1}{2}(\angle C + \angle D)$$

$$= \frac{1}{2}(50 + 100)$$

$$= \frac{1}{2} \times 150^\circ = 75^\circ$$

उत्तर- 75°

गणितीय बौद्धिक कौशल

- A. 1. चर
2. उभयनिष्ठ
3. विपरीत
4. द्विकोणीय
5. 360° अथवा 4 समकोण
- B. 1. सत्य
2. असत्य
3. सत्य
4. असत्य
- C. 1. 90°
2. $45^\circ, 75^\circ, 105^\circ, 135^\circ$
3. $80^\circ, 120^\circ, 60^\circ$
4. 80°
5. (a) 18° (b) $46^\circ, 60^\circ, 116^\circ, 138^\circ$

बहुविकल्पीय प्रश्न

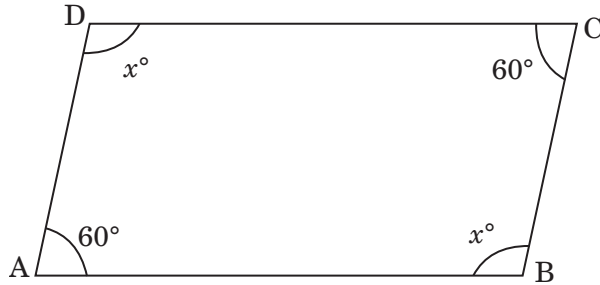
1. (b) 2. (b) 3. (b)
4. (a) 5. (b)

13

विशेष प्रकार के चतुर्भुज

अभ्यास 13 A

1. एक चतुर्भुज जिसमें भुजाओं का एक युग्म समांतर होता है, एक समद्विबाहु समलंब में असमांतर भुजाएँ समान होती हैं।
2. $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$



$$60^\circ + x^\circ + 60^\circ + x^\circ = 360^\circ$$

$$120^\circ + 2x^\circ = 360^\circ$$

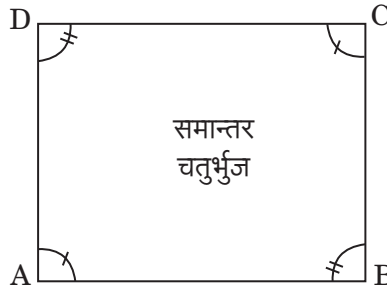
$$\therefore 2x^\circ = 360^\circ - 120^\circ$$

$$\therefore 2x^\circ = 240$$

$$\therefore x^\circ = \frac{240}{2} = 120^\circ$$

उत्तर- $120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$

3.



समान्तर चतुर्भुज के प्रत्येक कोण आपस में समान है

$$\therefore 4x^\circ = 360^\circ$$

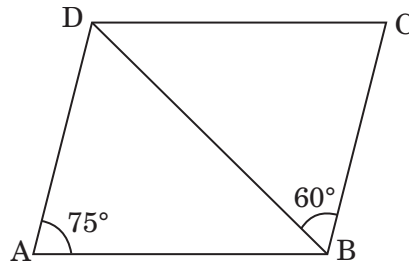
$$x^\circ = \frac{360^\circ}{4}$$

$$= 90^\circ$$

प्रत्येक कोण = 90°

4.

5. $ABCD$ चित्र में दिखाया गया एक समचतुर्भुज है जिसमें $\angle DAB = 75^\circ$ तथा $\angle DBC = 60^\circ$ है तो $\angle CDB$ व $\angle ADB$ को ज्ञात करना है-



$\angle ADB = 60^\circ$ { क्योंकि $\angle ADB$ व $\angle DBC$ एकांतर कोण है }

अब $\triangle BCD$ में $\angle CDB + \angle BCD + \angle DBC = 180^\circ$

$$\therefore \angle CDB + 75^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

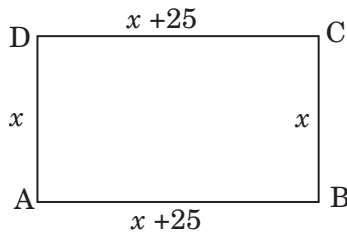
$$\therefore \angle CDB + 135^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle CDB = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

$$\therefore \angle CDB = 45^\circ$$

उत्तर- $45^\circ, 60^\circ$

6. समान्तर चतुर्भुज का परिमाण = 150 सेमी
माना आमने सामने की भुजाएँ = x सेमी तो



$$x + 25 + x + x + 25 + x = 150$$

$$4x + 50 = 150$$

$$4x = 150 - 50 = 100$$

$$x = \frac{100}{4} = 25 \text{ सेमी}$$

उत्तर- 25 सेमी, 50 सेमी।

7. माना $ABCD$ एक समान्तर चतुर्भुज है।

माना $\angle A$ तथा $\angle B$ इसके दो क्रमागत कोण हैं।

$$\therefore \angle A : \angle B = 1 : 3$$

$$x^\circ + 3x^\circ = 180$$

$$4x^\circ = 180$$

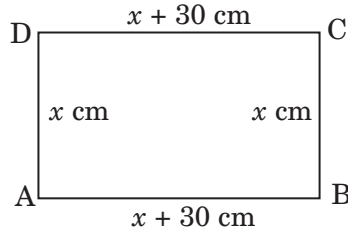
$$x^\circ = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ$$

दूसरा $\angle B = 3 \times 45 = 135^\circ$

उत्तर- $45^\circ, 135^\circ$

8. माना $ABCD$ एक समचतुर्भुज है।

माना एक भुजा = x सेमी तथा दूसरी भुजा = $x + 30$ सेमी



समान्तर समचतुर्भुज का परिमाप =

चारों भुजाओं का योग = 180 सेमी

$$\text{या } x + x + x + 30 + x + 30 = 180$$

$$4x + 60 = 180$$

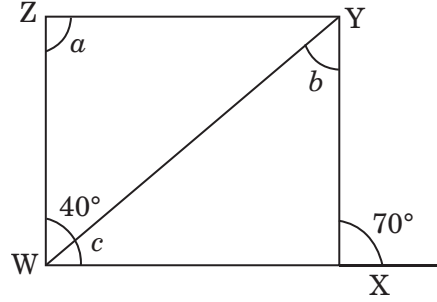
$$\therefore 4x = 180 - 60 = 120$$

$$\therefore x = \frac{120}{4} = 30 \text{ सेमी}$$

$$\begin{aligned} \text{दूसरी भुजा} &= x + 30 = 30 + 30 \\ &= 60 \text{ सेमी} \end{aligned}$$

उत्तर-30 सेमी, 60 सेमी।

9. माना $WXYZ$ एक समांतर चतुर्भुज है।



$$\angle b = 40^\circ \quad \{ \text{एकान्तर कोण होने के कारण} \}$$

$$\angle WZY = \angle WXY \text{ (सम्मुखकोण)}$$

$$\angle WZY = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ = \angle Z$$

$$\Delta w \times y \text{ में } \angle C + \angle b + \angle wxy = 180^\circ$$

$$\angle C + 40^\circ + 110^\circ = 180^\circ$$

$$\angle C + 150^\circ = 180^\circ$$

$$\angle C = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

अभ्यास 13 B

1. साथ दिए गए चित्र में, $WXYZ$ समांतर चतुर्भुज है।

a, b, c ज्ञात करना है।

$$a = 5 \{OZ = OX\}$$

$$b = 12 \{YO = OW\}$$

अब समकोण त्रिभुज ZOY में

$$y^2 = ZO^2 + yo^2$$

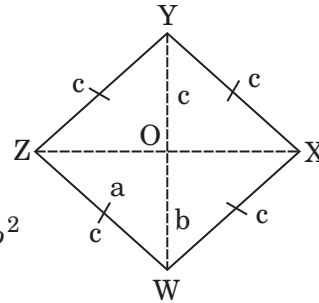
$$C^2 = 5^2 + 12^2$$

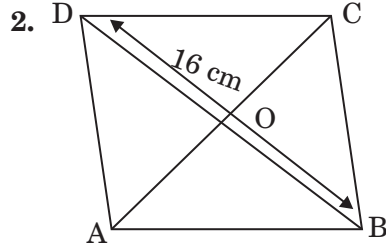
$$C^2 = 25 + 144$$

$$C = 169$$

$$\therefore C = \sqrt{169} = 13 \text{ सेमी।}$$

उत्तर- $a = 5, b = 12, c = 13$ सेमी।





संलग्न चित्र में, $ABCD$ एक समचतुर्भुज है जिसके विकर्ण BD तथा AC परस्पर O पर काटते हैं।

$AB = 10$, $BD = 16$ सेमी तो विकर्ण AC की लम्बाई ज्ञात करनी है।

समकोण $\triangle AOB$ में

$$AO^2 + OB^2 = AB^2$$

$$AO^2 + \left(\frac{16}{2}\right)^2 = (10)^2$$

$$AO^2 = 10^2 - 8^2$$

$$AO^2 = 100 - 64$$

$$AO = \sqrt{36} = 6$$

$$AC = 2 \times AO = 2 \times 6 = 12 \text{ सेमी।}$$

3. संलग्न चित्र में, $ABCD$ एक आयत है। जिसमें $\angle BAC = 28^\circ$ तो $\angle DBC$ ज्ञात करना है।

$$\begin{aligned} \angle DBC &= 90^\circ - 28^\circ \\ &= 62^\circ \end{aligned}$$

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ$$

आयत का प्रत्येक कोण समकोण होता है।

4. संलग्न चित्र में, $ABCD$ एक समचतुर्भुज है; जिसमें $\angle ABC = 126^\circ$

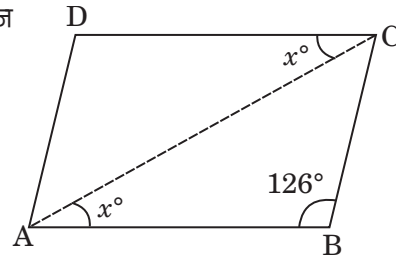
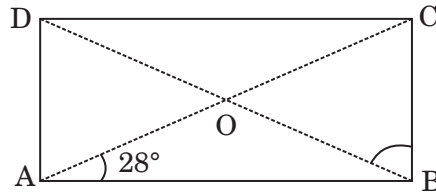
तो $\angle ACD$ ज्ञात करना है।

$\triangle ACD$ में $\angle ADC = 126^\circ$

($\angle ABC$ का सम्मुख कोण है।)

अब माना $\angle ACD = x^\circ$

तो $\angle DAC$ भी x° का होगा।



(समान भुजाओं के सम्मुख कोण समान होते हैं।)

$$\therefore \angle x^\circ + \angle x^\circ + 126^\circ = 180^\circ$$

$$2x^\circ = 180^\circ - 126^\circ$$

$$2x^\circ = 54^\circ$$

$$x^\circ = \frac{54}{2} = 27$$

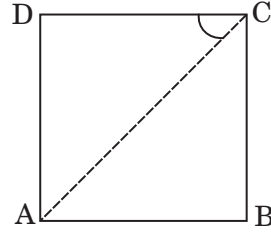
$$\therefore x = 27$$

$$\therefore \angle ACD = 27^\circ$$

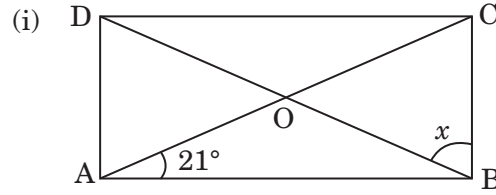
5. संलग्न चित्र में $ABCD$ एक वर्ग है। $\angle DCA$ ज्ञात करना है।

\therefore वर्ग का प्रत्येक शीर्ष कोण 90° का होता है।

$$\therefore \angle DCA = \frac{90}{2} = 45^\circ$$



6. निम्नांकित चित्रों में छोटे अक्षरों से अंकित कोणों की गणना कीजिए :



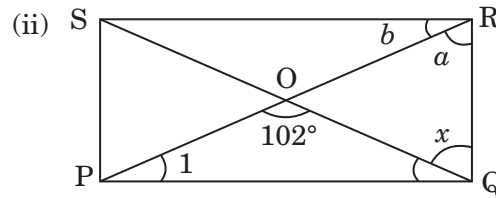
संलग्न चित्र में, $ABCD$ एक आयत है।

$\triangle AOB$ में $\angle OAB = 21^\circ$ तो $\angle OBA$ भी 21° का होगा।

(समान भुजाओं के सम्मुख कोण समान होते हैं।)

अब $\triangle ABC$ में $\angle ABC = 90^\circ$

तो $\angle DBC(x^\circ) = 90^\circ - 21^\circ = 69^\circ$



संलग्न चित्र में, $PQRS$ एक आयत है।

$\triangle POQ$ में $\angle 1 + \angle 2 + 100^\circ = 180^\circ$

$$2\angle 1 = 180^\circ - 102^\circ \quad \{\because \angle 1 = \angle 2\}$$

$$2\angle 1 = 78^\circ$$

$$\therefore \angle 1 = \frac{78}{2} = 39^\circ \quad \{\text{समान भुजाओं के सम्मुख कोण हैं}\}$$

$$\therefore \angle 1 = \angle B = 39^\circ \quad (\text{एकान्तर कोण हैं})$$

$$\angle a = 90^\circ - 39^\circ = 51^\circ$$

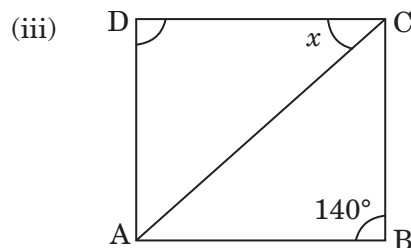
ΔQOR में-

$$\angle x + \angle a + (180^\circ - 102^\circ) = 180^\circ$$

$$\angle x + 51^\circ + 78^\circ = 180^\circ$$

$$\angle x + 129^\circ = 180^\circ$$

$$\angle x = 180^\circ - 129^\circ = 51^\circ$$



संलग्न चित्र में, $ABCD$ एक समचतुर्भुज है।

जिसमें $\angle ABC = 140^\circ$ तो ΔADC में $\angle ADC = 140^\circ$

(सम्मुख कोण हैं)

अब ΔADC में-

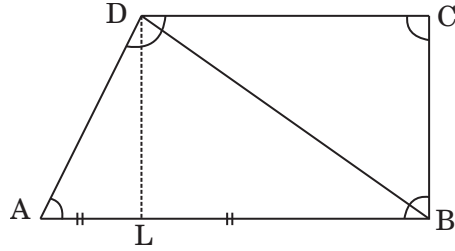
$$\angle DAC + \angle ACD + \angle ADC = 180^\circ$$

$$x^\circ + x^\circ + 140^\circ = 180^\circ$$

$$2x^\circ = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

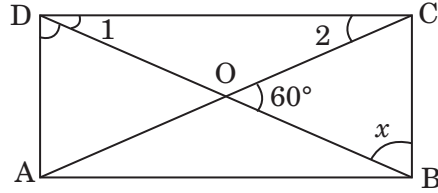
$$\therefore x = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$$

7. संलग्न चित्र में, $ABCD$ एक समचतुर्भुज है, जिसमें D से भुजा AB पर गिराया गया अभिलम्ब, AB को समद्विभाजित करता है। समचतुर्भुज के कोण ज्ञात करने हैं।



उत्तर- स्वयं कीजिए।

8. संलग्न चित्र में, $ABCD$ एक आयत है जिसके विकर्ण 'O' बिन्दु पर काटते हैं।



यदि $\angle BOC = 60^\circ$ तो $\angle ODA$ ज्ञात करना है-

$$\therefore \angle DOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

अब $\triangle DOC$ में-

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle DOC = 180^\circ$$

$$2\angle 1 + 120^\circ = 180^\circ \quad \{ \angle 1 = \angle 2 \text{ समान भुजाओं के सम्मुख कोण} \}$$

$$2\angle 1 = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\angle 1 = \frac{60}{2} = 30^\circ$$

$$\therefore \angle ODA = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

गणितीय बौद्धिक कौशल

1. $67.5^\circ, 112.5^\circ$
2. 9 सेमी, 15 सेमी., 9 सेमी, 15 सेमी
3. 30 सेमी
4. 25 सेमी
5. 40°
6. (a) असत्य, (b) सत्य, (c) असत्य, (d) असत्य (e) असत्य (f) असत्य (g) सत्य, (h) असत्य

बहुविकल्पीय प्रश्न

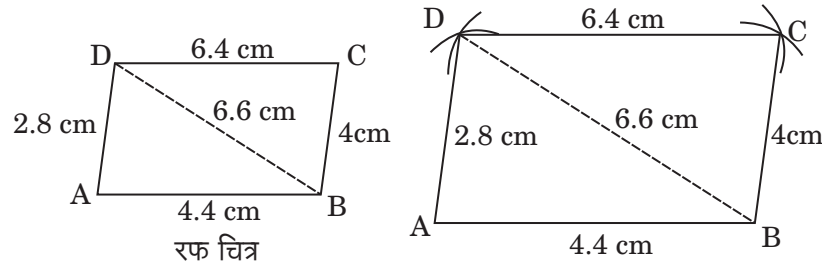
- | | | |
|--------|--------|--------|
| 1. (a) | 2. (b) | 3. (a) |
| 4. (c) | 5. (a) | 6. (a) |
| 7. (a) | 8. (c) | |

14

चतुर्भुजों की रचना

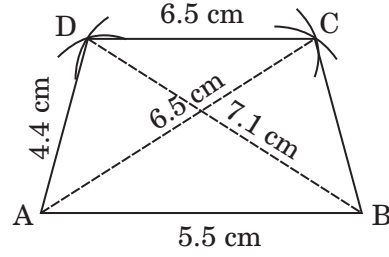
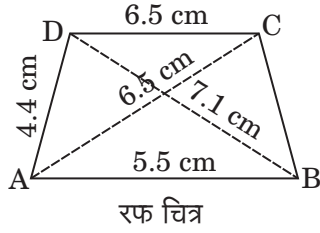
अभ्यास 14 A

1. रचना करनी है- एक चतुर्भुज $ABCD$ की जिसमें $AB = 4.4$ सेमी, $BC = 4$ सेमी, $CD = 6.4$ सेमी, $DA = 2.8$ सेमी और $BD = 6.6$ सेमी।



रचना के पद-

- AB 4.4 सेमी खींचिए।
 - A को केन्द्र मानकर त्रिज्या 2.8 सेमी व
 - B को केन्द्र मानकर त्रिज्या 6.6 सेमी का चाप लगाया जो पहले चाप को काटे व D पर मिलते हैं।
 - B को केन्द्र मानकर 4 सेमी त्रिज्या लेकर एक चाप लगाया।
 - D को केन्द्र मानकर 6.4 सेमी त्रिज्या लेकर एक चाप लगाया जो C पर काटता है।
 - A से D , D से C , C से B को मिलाया।
- इस प्रकार अभिष्ट चतुर्भुज $ABCD$ है।
2. रफ चित्र



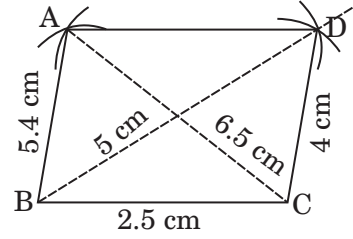
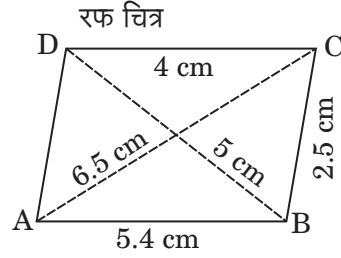
रचना के पद-

1. $AB = 5.5$ सेमी खींचिए।
2. A को केन्द्र मानकर 6.5 सेमी त्रिज्या से चाप लगाया।
3. B को केन्द्र मानकर 7.1 सेमी त्रिज्या से चाप लगाया।
4. A को केन्द्र मानकर 4.4 सेमी त्रिज्या से चाप लगाया जो B से लगाए चाप को D पर काटता है।
5. D को केन्द्र मानकर 6.5 सेमी त्रिज्या से चाप लगाया जो A से लगाए चाप को C पर काटता है।

6. A से D , D से C तथा C से B को मिलाया।

इस प्रकार $ABCD$ एक अभिष्ट चतुर्भुज है।

3.

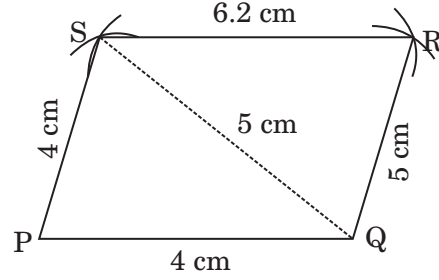
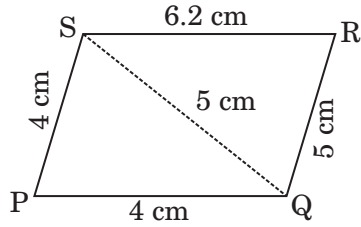


रचना के पद-

1. 2.5 सेमी लम्बाई की रेखाखण्ड BC खींचिए।
2. B को केन्द्र मानकर 5 सेमी त्रिज्या का चाप लगाया।
3. C को केन्द्र मानकर 6.5 सेमी त्रिज्या का चाप लगाया।
4. C को केन्द्र मानकर 4 सेमी त्रिज्या का चाप लगाया जो B से खींचे गए चाप को D पर काटता है।
5. B को केन्द्र मानकर 5.4 सेमी त्रिज्या का चाप लगाया जो C से खींचे गए चाप को A पर काटता है।
6. B, A, D व C को मिलाती हुई रेखाएँ खींची।

अभिष्ट चतुर्भुज $ABCD$ है।

4. रफ चित्र

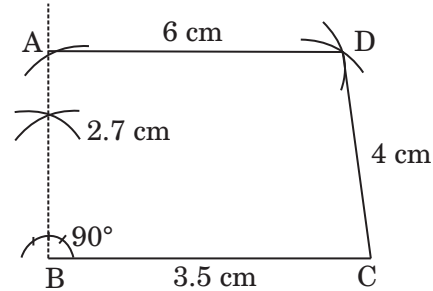
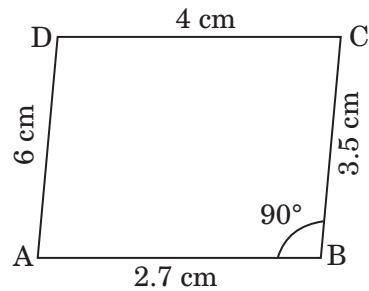


रचना के पद-

1. 4 सेमी लम्बी PQ रेखाखंड खींचिए।
2. P को केन्द्र मानकर 4 सेमी त्रिज्या का चाप लगाया।
3. Q को केन्द्र मानकर 5 सेमी त्रिज्या का चाप लगाया।
4. Q को केन्द्र मानकर 5 सेमी त्रिज्या का चाप लगाया जो पहले चाप को S पर काटता है।
5. S को केन्द्र मानकर 6.2 सेमी त्रिज्या का चाप लगाया जो Q से खींचे गए चाप को R पर काटता है।
6. P, Q, R व S को मिलाती हुई रेखाएँ खींची।

अभिष्ट चतुर्भुज $PQRS$ है।

5. रफचित्र

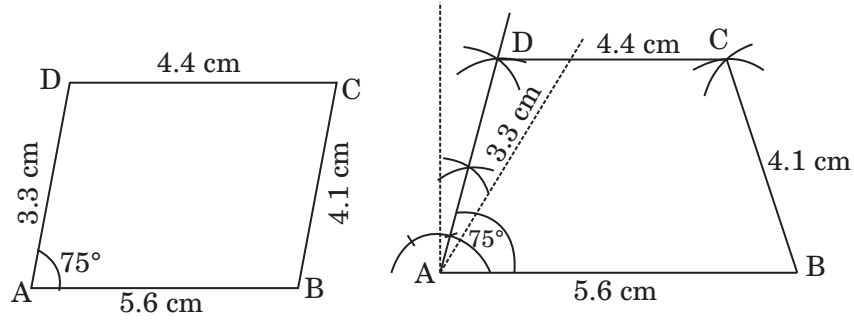


रचना के पद-

1. 3.5 सेमी लम्बाई का रेखाखण्ड BC खींचिए।
2. B पर 90° का कोण परकार की सहायता से बनाया।
3. B को केन्द्र मानकर 2.7 सेमी त्रिज्या लेकर एक चाप लगाया।

4. A को केन्द्र मानकर 6 सेमी त्रिज्या लेकर एक चाप लगाया।
5. C को केन्द्र मानकर 4 सेमी त्रिज्या लेकर एक चाप लगाया जो A से लगाए गए चाप को D पर काटता है।
6. B सेमी से, A व C से D को मिलाती हुई रेखाएँ खींची।
अभिष्ट चतुर्भुज $ABCD$ है।

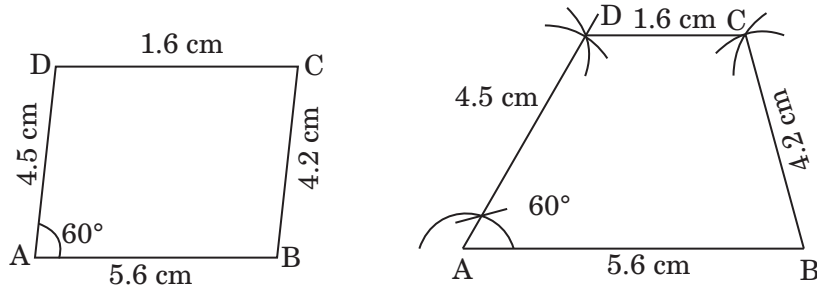
6. रफचित्र



रचना के पद-

1. 5.6 सेमी लम्बाई की रेखाखंड AB खींचा।
2. परकार की सहायता से A बिन्दु पर, 75° का कोण बनाया तथा A से 3.3 सेमी त्रिज्या लेकर एक चाप इस रेखा को काटता हुआ खींचा जो इसे D पर काटता है।
3. D को केन्द्र मानकर 4.4 सेमी त्रिज्या लेकर एक चाप लगाया तथा B को केन्द्र मानकर 4.1 सेमी त्रिज्या लेकर एक चाप इस रेखा को काटता हुआ खींचा जो इसे C पर काटता है।
4. D से C तथा C से B को मिलाती हुई रेखाएँ खींची।
अभिष्ट चतुर्भुज $ABCD$ है।

7. रफ चित्र

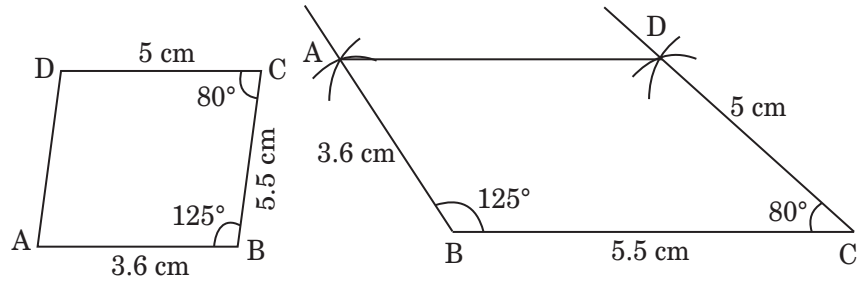


रचना के पद-

1. 5.6 सेमी लम्बाई का एक रेखाखंड खींचिए।
2. A को केन्द्र मानकर 60° का कोण परकार की सहायता से खींचिए तथा 4.5 सेमी त्रिज्या लेकर A को केन्द्र मानकर एक चाप लगाया जो इसे ' D ' पर काटता है।
3. B से 4.2 त्रिज्या को तथा D से 1.6 सेमी त्रिज्या का चाप लगाए जो परस्पर C पर काटते हैं।
4. D व B से C को मिलाती हुई रेखाएँ खींची।

अभिष्ट चतुर्भुज $ABCD$ है।

8. रफ चित्र

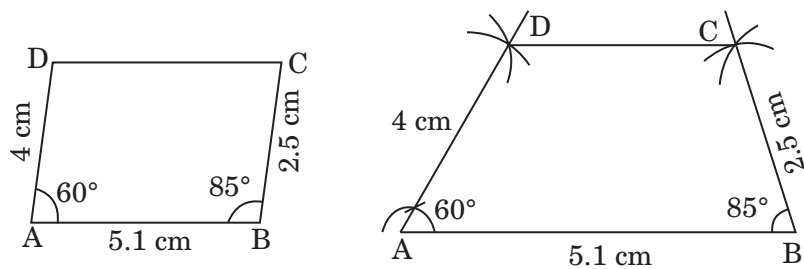


रचना के पद-

1. BC 5.5 सेमी0 लम्बाई का रेखाखंड खींचिए।
2. चाँदे की सहायता से B पर 125° तथा C पर 80° के कोण बनाती हुई रेखाएँ खींची।
3. C से 5 सेमी0 तथा B से 3.6 सेमी त्रिज्या के चाप काटें जो A व D पर काटते हैं। A से D तथा D से C को मिलाती हुई रेखाएँ खींची।

अभिष्ट चतुर्भुज $ABCD$ है।

9. रफ चित्र

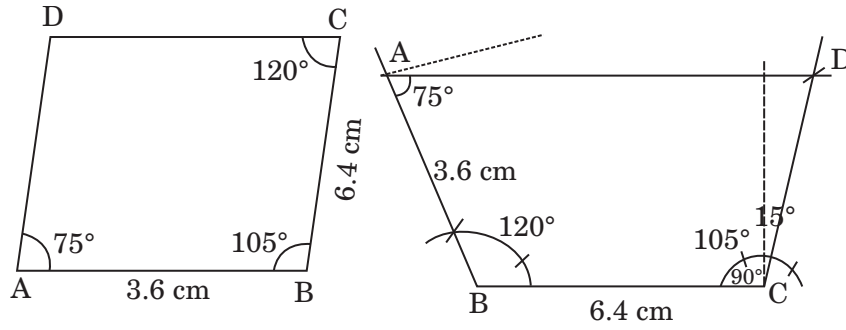


रचना के पद-

- 5.1 सेमी लम्बाई का रेखाखंड AB खींचिए।
- A पर परकार की सहायता से 60° तथा B पर चाँदे की सहायता से 85° के कोण बनाते हुए A से 4 सेमी व B से 2.5 सेमी की त्रिज्याएँ लेकर चाप लगाए। जो क्रमश D व C पर काटते हैं। D से C तथा C से B को मिलाती हुई रेखाएँ खींची।

अभिष्ट चतुर्भुज $ABCD$ हैं।

10. रफ चित्र

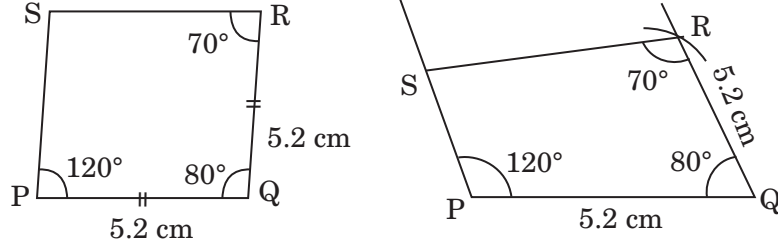


रचना के पद-

- 6.4 सेमी लम्बाई का रेखाखंड BC खींचीए।
- B को केन्द्र मानकर परकार की सहायता से 120° का तथा C पर 105° के कोण बनाइए।
- B से 3.6 सेमी की त्रिज्या लेकर एक चाप लगाया जो A पर काटता है।
- A पर परकार की सहायता से 75° का कोण बनाया।
(A पर 60° का कोण परकार से बनाया तथा फिर इससे आगे 60° का कोण बनाया इस कोण के दो बराबर भाग कर $30^\circ-30^\circ$ के कोण बनाए तथा 30° के कोण के दो बराबर भाग करे इस प्रकार 15° का कोण बन जाएगा। $60^\circ+15^\circ = 75^\circ$ का कोण बन जाएगा।)
- 75° का कोण बनाती हुई रेखा C से 105° का कोण बनाती हुई रेखा को D पर काटती है। A से D को मिलाया।

अभिष्ट चतुर्भुज $ABCD$ है।

11. रफ चित्र

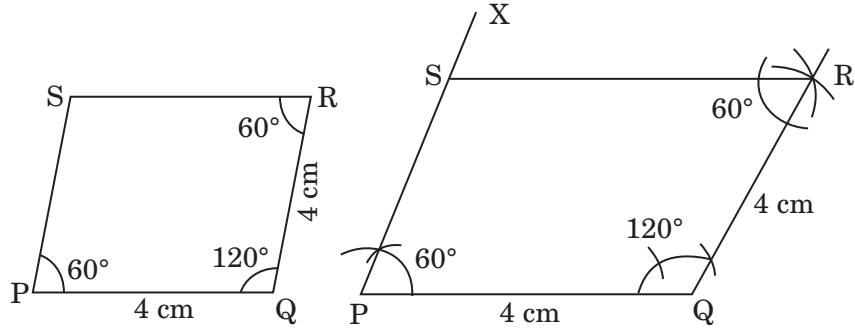


रचना के पद-

1. 5.2 सेमी लम्बाई का रेखाखंड खींचिए।
2. P पर परकार की सहायता से 120° तथा Q पर चाँदे की सहायता से 80° के कोण बनाए।
3. Q से 5.2 सेमी त्रिज्या लेकर एक चाप लगाया जो R पर काटता है।
4. R पर चाँदे की सहायता से 70° का कोण बनाती हुई रेखा खींची जो 120° के कोण की रेखा को S पर काटती है।
5. S से R को मिलाया।

अभिष्ट चतुर्भुज $PQRS$ है।

12. रफ चित्र



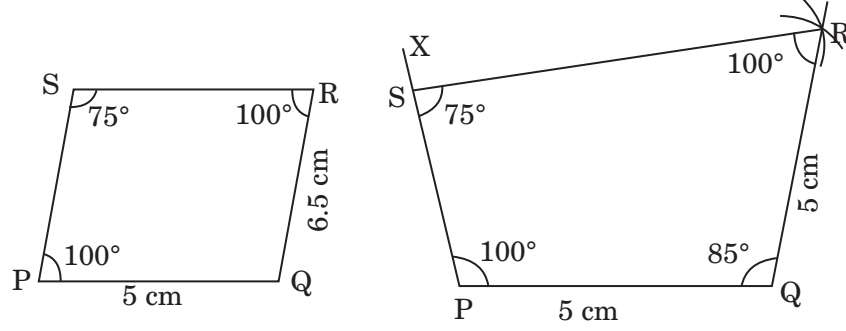
रचना के पद-

1. 4 सेमी लम्बाई का रेखाखंड PQ खींची।
2. P पर परकार की सहायता से 60° तथा Q पर 120° के कोण बनाती हुई रेखाएँ खींची।
3. PQ 4 सेमी0 काटा तथा Q बिन्दु पर परकार की सहायता से 60° का कोण बनाया।

4. R से 60° का कोण बनाती हुई रेखा को आगे बढ़ाया जो PX को S बिन्दु पर काटती है।

अभिष्ट चतुर्भुज $PQRS$ है।

13. रफ चित्र

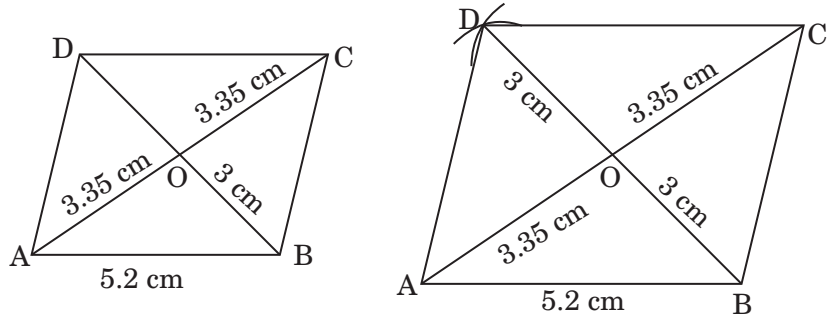


रचना के पद-

- 5 सेमी लम्बाई का रेखाखंड PQ खींचा।
- $\therefore \angle P + \angle Q + \angle R + \angle S = 360^\circ$
 $100^\circ + \angle Q + 100^\circ + 75^\circ = 360^\circ$
 $275^\circ + \angle Q = 360^\circ$
 $\therefore \angle Q = 360^\circ - 275^\circ = 85^\circ$
 $\therefore \angle Q = 85^\circ$, Q बिन्दु पर चाँदे की सहायता से करते हैं।
- Q बिन्दु से 5 सेमी की त्रिज्या का चाप ऊपर की ओर काटते हैं जो R बिन्दु है।
(समान कोण बनाने वाली समान भुजाएँ होती हैं। इसलिए 5 सेमी की भुजा QR खींची गई हैं।)
- R बिन्दु पर 100° का कोण चाँदे की सहायता से बनाते हैं।
- 100° का कोण बनाती हुई रेखा को आगे बढ़ाते हैं जो RX को S पर काटती है तथा यह 75° का कोण बनाती है।
अभिष्ट चतुर्भुज $PQRS$ है।

अभ्यास 14 B

1. रफ चित्र



हल- हम इस तथ्य का उपयोग करेंगे कि एक समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

$$\text{इस प्रकार } AO = \frac{1}{2}$$

$$AC = \frac{1}{2} \times 6.7 = 3.35 \text{ सेमी और}$$

$$BO = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ सेमी। हम इसलिए पहले } \triangle AOB \text{ बनाते हैं}$$

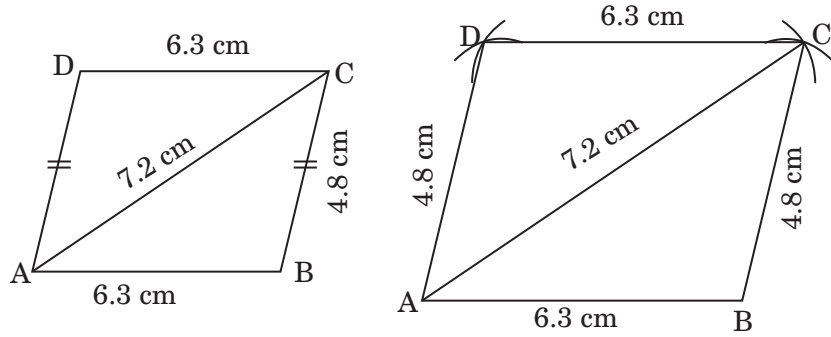
जिसमें $AB = 5.2$ सेमी, $AO = 3.35$ सेमी और $BO = 3$ सेमी।

रचना के पद-

1. $AB = 5.2$ सेमी खींची।
2. A को केन्द्र मानकर और त्रिज्या 3.35 सेमी लेकर एक चाप लगाया।
3. B को केन्द्र मानकर और त्रिज्या 3 सेमी लेकर दूसरा चाप लगाया जो पहले चाप को O पर काटता है।
4. OA व OB को मिलाइए।
5. AO को C तक बढ़ाकर इस प्रकार मिलाया कि $AO = OC$ और BO को D तक इस प्रकार बढ़ाया कि $BO = OD$
6. AB, BC और CD को मिलाया।

$ABCD$ अभिष्ट चतुर्भुज है।

2. रफ चित्र

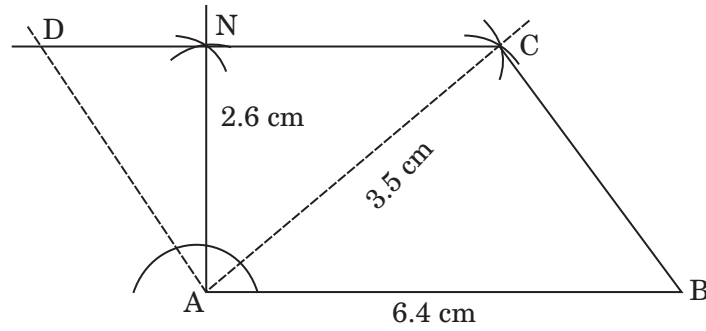


रचना के पद-

1. 6.3 सेमी का रेखाखंड खींचा।
2. A को केन्द्र मानकर 7.2 सेमी की त्रिज्या लेकर तथा B को केन्द्र मानकर 4.8 सेमी की त्रिज्या लेकर चाप लगाए जो एक दूसरे को C पर काटते हैं।
3. A को केन्द्र मानकर 4.8 सेमी तथा C को केन्द्र मानकर 6.3 सेमी की त्रिज्याओं से चाप लगाए जो परस्पर D पर काटते हैं। D को C तथा A से मिलाया।

अभिष्ट चतुर्भुज $ABCD$ है।

3. रफ चित्र

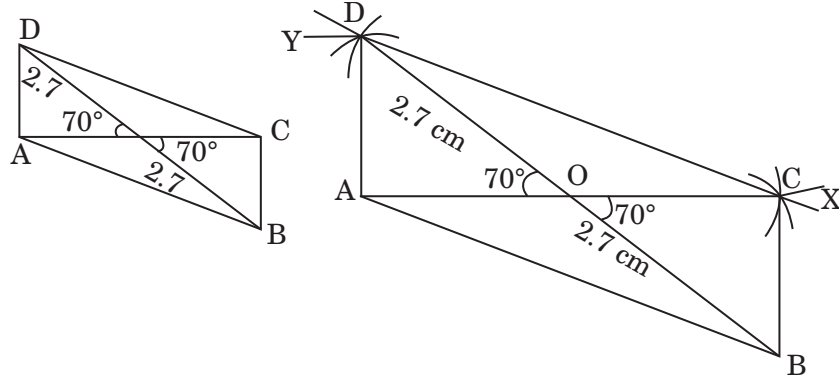


रचना के पद-

1. 6.4 सेमी लम्बाई का रेखाखंड AB खींचा।
2. A पर परकार की सहायता से 2.6 सेमी का लम्ब उठाया जो N पर काटता है।
3. A से 3.5 सेमी की त्रिज्या लेकर एक चाप खींचा।

4. C से B को मिलाया तथा C से N को मिलती हुई रेखा खींची।
5. BC के समान्तर A से AD रेखा खींची।
अभिष्ट चतुर्भुज $ABCD$ है।

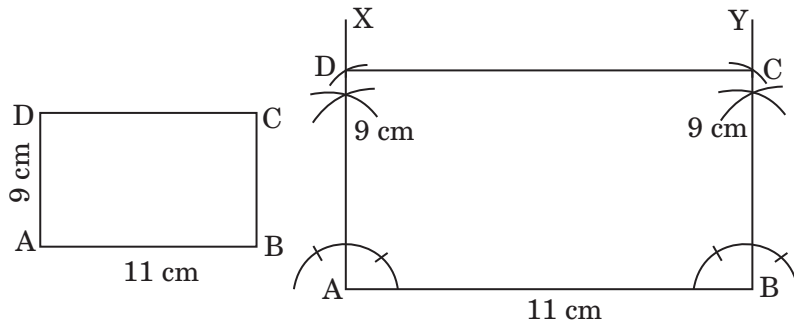
4. रफ चित्र



रचना के पद-

1. एक रेखाखंड AX खींचा तथा उस पर Z कोई बिन्दु (लगभग मध्य में) लिया जिस पर चाँदे की सहायता से 70° का कोण बनाते हुए रेखा OY खींची।
2. इस रेखा को पीछे बढ़ाते हुए आगे ले गए।
3. P को केन्द्र मानकर 3.1 की त्रिज्या के दो चाप लगाए।
4. OY पर 2.7 सेमी तथा OZ पर 2.7 सेमी त्रिज्याओं के दो चाप लगाए जो क्रमश D व B बिन्दुओं पर काटते हैं।
5. A से D तथा D से C व B को मिलाया।
अभिष्ट चतुर्भुज $ABCD$ है।

5. रफ चित्र

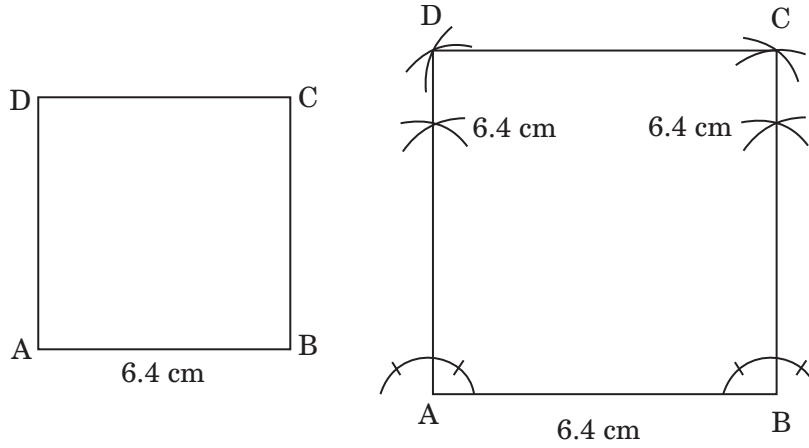


रचना के पद-

1. $AB = 11$ सेमी लंबाई का रेखाखंड खींचा।
2. A तथा B परकार की सहायता से समकोण बनाए।
3. A तथा B से उठाए गए लम्बों पर 9 सेमी के चाप लगाए जो AX व BY को क्रमशः D व C पर काटते हैं D से C को मिलाया।

अभिष्ट आयत $ABCD$ है।

6. रफ चित्र

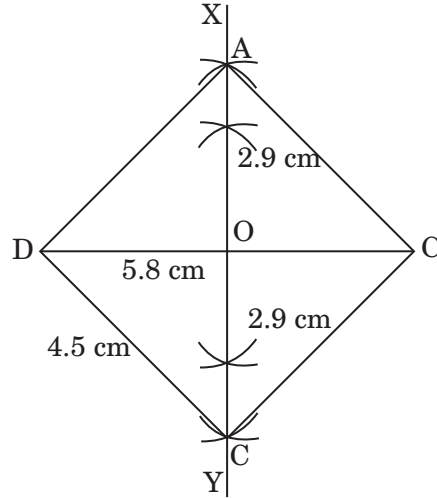
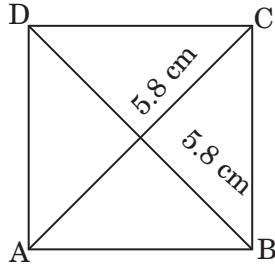


रचना के पद-

1. 6.4 सेमी लम्बाई का रेखाखंड खींचा।
2. A व B को केन्द्र मानकर इन पर समकोण परकार की सहायता से बनाती हुई रेखाएँ XY तक खींचीं।
3. A व B से 6.4 सेमी त्रिज्या के चाप AX व BY पर लगाए जो क्रमशः D व C पर काटते हैं।
4. D से C को मिलाया।

अभिष्ट वर्ग $ABCD$ है।

7. रफ चित्र

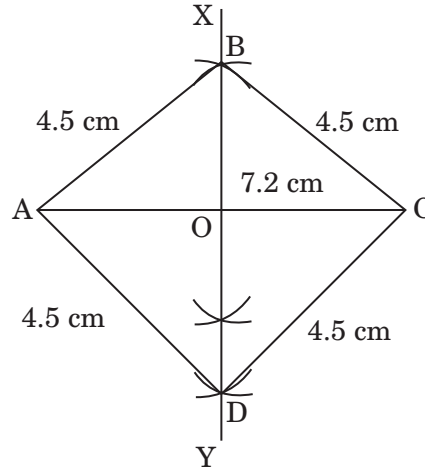
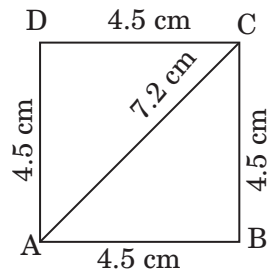


रचना के पद-

1. 5.8 सेमी की लम्बाई का एक रेखाखंड खींचा।
2. इसका मध्य बिन्दु लेने के लिए इसको परकार की सहायता से समद्विभाजित किया।
3. O से दोनों ओर $\frac{5.8}{2} = 2.9$ सेमी के दो चाप लगाए जो OX को A पर तथा OY को C पर काटते हैं। B से C , C से D , D से A तथा A से B को मिलाया।

अभिष्ट चतुर्भुज $ABCD$ है।

8. रफ चित्र

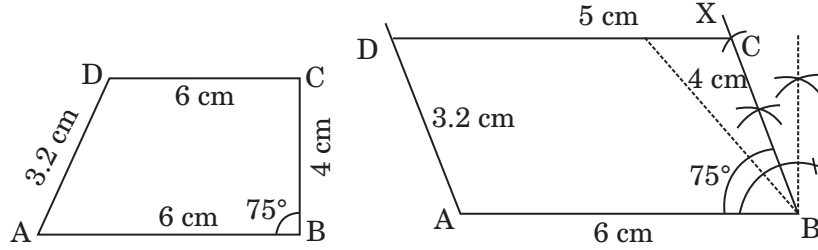


रचना के पद-

1. $AC = 7.2$ सेमी लम्बाई का रेखाखंड खींचा।
2. AC का परकार की सहायता समद्विभाजित किया।
3. A व C को केन्द्र मानकर 4.5 सेमी की त्रिज्या लेकर A व C से X व Y अक्षों की ओर चाप लगाए जो क्रमशः B व D पर काटते हैं।
4. A व C से B व D को मिलाया।

अभिष्ट चतुर्भुज $ABCD$ है।

9. रफ चित्र



रचना के पद-

1. 1.6 सेमी लम्बाई का रेखाखंड खींचा।
2. B पर परकार की सहायता से 75° का कोण बनाया।
3. B को केन्द्र मानकर 4 सेमी की त्रिज्या से एक चाप लगाया जो BX को C पर काटता है। A को केन्द्र मानकर 3.2 सेमी त्रिज्या लेकर तथा C को केन्द्र मानकर 5 सेमी त्रिज्या लेकर चाप लगाएँ जो परस्पर D पर काटते हैं।
4. A से D व D से C को मिलाया।

अभिष्ट चतुर्भुज $ABCD$ है।

15

ठोस आकृतियाँ

अभ्यास 15

1. स्वयं करें।
2. उन ठोसों के नाम लिखिए जिनमें होते हैं-

- (a) चतुष्फलक (b) घन, घनाभ
(c) वर्गाकार पिरामिड और आयताकार पिरामिड
(d) सम अष्टफलक (e) बेलन

3. नहीं।

4. निम्नलिखित को सुपरिभाषित कीजिए -

- (a) **बहुफलक**—एक ठोस आकृति, जो बहुभुजों से घिरी हो, एक बहुफलक कहलाती है।
(b) **प्रिज्म**— एक ठोस आकृति जिसकी भुजाओं/पार्श्व फलक समांतर चतुर्भुज होते हैं और जिसके सिरे (या आधार) समान व समांतर सरल रेखीय होती है।
(c) **पिरामिड**—एक पिरामिड कोई त्रिविमीय ठोस होता है जिसके ऊपरी तल त्रिभुजाकार होते हैं और एक बिंदु पर मिलते हैं। इसका एक आधार (सामान्यतया एक बहुभुज) होता है। एक पिरामिड का नाम इसके आधार की आकृति अनुसार रखा जाता है।

5. यूलर सूत्र का प्रयोग करके अज्ञात को ज्ञात कीजिए :

8, 6, 30, 4

6. विभिन्न समतल आकृतियों के नाम लिखिए जिनकी आवश्यकता निम्नलिखित नेट को बनाने के लिए होती है :

- (a) वर्ग (b) वृत्त और आयत
(c) त्रिभुज और आयत (d) त्रिभुज

7. उस बहुफलक का नाम बताइए जो निम्नांकित में से प्रत्येक शीट को मोड़कर बनाया जा सकता है :

- (a) त्रिभुजाकार पिरामिड (b) षट्कोणीय पिरामिड
(c) षट्कोणीय प्रिज्म (d) त्रिभुजाकार प्रिज्म
(e) त्रिभुजाकार प्रिज्म (f) वर्गाकार पिरामिड
(g) वर्गाकार पिरामिड (h) घन

8. स्वयं करें।

गणितीय बौद्धिक कौशल

1. (क) असत्य (ख) सत्य
(ग) सत्य (घ) असत्य

(ड) असत्य

(च) असत्य

(छ) सत्य

2. 10

3. 10

4. 2

5. 2

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (b)

2. (d)

3. (d)

4. (b)

5. (d)

16

एक समलंब और एक बहुभुज का क्षेत्रफल

अभ्यास 16 A

$$\begin{aligned} 1. \text{ समलंब का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} (\text{समान्तर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँ} \\ &= \frac{1}{2} (15 + 8) \times 10 \\ &= \frac{1}{2} \times 23 \times 10 = 115 \text{ वर्ग सेमी} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \text{ समलंबाकार बगीचे का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} (\text{समान्तर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँ} \\ &= \frac{1}{2} (40 + 22) \times 12 \\ &= \frac{1}{2} \times 62 \times 12 = 372 \text{ वर्ग मीटर} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \text{ समलंब का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} (\text{पहली समांतर भुजा} + \text{दूसरी समांतर भुजा}) \times \text{ऊँ} \\ 240 &= \frac{1}{2} (25 + x) \times 10 \\ 240 &= \frac{1}{2} (25 + x) \times 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{या} \quad 5(25 + x) &= 240 \\
125 + 5x &= 240 \\
5x &= 240 - 125 \\
5x &= 115 \\
x &= \frac{115}{5} = 23 \\
x &= 23 \text{ सेमी}
\end{aligned}$$

$$4. \text{ समलंब का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} (\text{समान्तर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँ}$$

$$500 = \frac{1}{2} \times 50 \times \text{ऊँ}$$

$$\text{या} \quad \frac{1}{2} \times 50 \times \text{ऊँ} = 500$$

$$25 \times \text{ऊँ} = 500$$

$$\therefore \quad \text{ऊँ} = \frac{500}{25} = 20$$

$$\text{ऊँ} = 20 \text{ सेमी}$$

$$5. \text{ समलंब का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} (x + 2x) \times 14$$

$$210 = \frac{1}{2} (3x) \times 14$$

$$\text{या} \quad 7 \times 3x = 210$$

$$21x = 210$$

$$\therefore \quad x = \frac{210}{21}$$

$$x = 10 \text{ सेमी}$$

$$\text{तो दूसरी भुजा} = 10 \times 2 = 20 \text{ सेमी}$$

उत्तर-10 सेमी, 20 सेमी।

$$6. \text{ समलंब का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} (\text{समान्तर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँ}$$

$$330 = \frac{1}{2} (5x + 6x) \times 12$$

$$330 = \frac{1}{2} \times 11x \times 12$$

या $6 \times 11x = 330$
 $x = \frac{330}{6 \times 11} = 5$

$x = 5$

अतः भुजाएँ $= 5x = 5 \times 5 = 25$ सेमी

$6x = 6 \times 5 = 30$ सेमी

7. समलंब का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ (पहली समांतर भुजा + दूसरी समांतर भुजा) \times ऊँ

$192 = \frac{1}{2}(8 + x) \times 16$

$192 = \frac{1}{2}(8 + x) \times 16$

या $8(8 + x) = 192$

$64 + 8x = 192$

$8x = 192 - 64$

$8x = 128$

$x = \frac{128}{8} = 16$ सेमी।

8. स्वयं कीजिए।

9. समलंब का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ (समान्तर भुजाओं का योग) \times ऊँ

$384 = \frac{1}{2}(3x + 5x) \times 12$

$384 = \frac{1}{2} \times 8x \times 12$

या $8x \times 6 = 384$

$x = \frac{384}{8 \times 6}$

$x = 8$

अतः समान्तर भुजाएँ $= 3x$

$3 \times 8 = 24$ सेमी,

$5x = 5 \times 8 = 40$ सेमी।

10. समलंब का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ (पहली समांतर भुजा + दूसरी समांतर भुजा) \times ऊँ

$$180 = \frac{1}{2}(n + x + 6) \times 9$$

$$180 = \frac{1}{2}(2x + 6) \times 9$$

या $9 \times (2x + 6) = 180 \times 2$ {crossmultiply करने पर}

$$18x + 54 = 360$$

$$18x = 360 - 54 = 306$$

$$x = \frac{306}{18} = 17$$

समान्तर भुजाएँ = 17 सेमी तथा $17 + 6 = 23$ सेमी

11. समलंबाकार खेत का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ (समांतर भुजाओं का योग) \times ऊँ

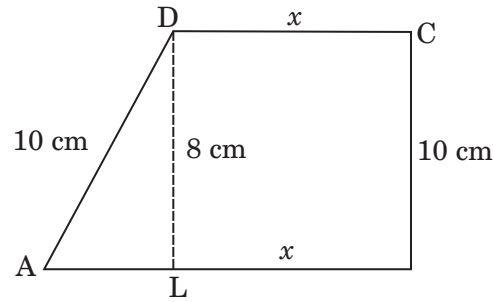
$$= \frac{1}{2}(10 + 25) \times 15$$

$$= \frac{1}{2} \times 35 \times 15 = \frac{525}{2} = 262.50 \text{ वर्ग मीटर}$$

पानी देने का खर्च = क्षेत्रफल \times दर

$$= 262.50 \times 4 = 1050.00 \text{ रुपए।}$$

12.



$$AL = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64}$$

$$= \sqrt{36} = 6 \text{ सेमी}$$

समलंब का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ (समान्तर भुजाओं का योग) \times ऊँ

समलंब का परिमाप = चारों भुजाओं का योग

$$10 + 10 + 6 + x + x = 52$$

$$26 + 2x = 52$$

$$2x = 52 - 26 = 26$$

$$x = \frac{26}{2} = 13 \text{ सेमी}$$

$$\text{समांतर भुजाएँ} = 13, 13 + 6 = 19 \text{ सेमी}$$

$$\text{समलंब का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2}(13 + 19) \times 8 = \frac{1}{2} \times 32 \times 8 = 128 \text{ वर्ग सेमी।}$$

अभ्यास 16 B

1. समपंचभुज का क्षेत्रफल $(A) = \frac{1}{2} \times \text{परिमाप} \times \text{अंतःत्रिज्या} = \frac{1}{2} 5ar$
$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 10 \times 9 = 225 \text{ वर्ग सेमी}$$
2. समबहुभुज का क्षेत्रफल $(A) = \frac{1}{2} \times nar = \frac{1}{2} \times 7 \times 8 \times 6 = 168 \text{ वर्ग सेमी}$
3. समबहुभुज का क्षेत्रफल $(A) = \frac{1}{2} \times \text{परिमाप} \times \sqrt{(\text{बाह्य त्रिज्या})^2 - \left(\frac{\text{भुजा}}{2}\right)^2}$
$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 6 \sqrt{(4)^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 6 \sqrt{16 - 9}$$

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 6 \sqrt{7}$$

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 6 \times 2.645$$

$$= 71.415 \text{ वर्ग सेमी।}$$
4. (a) समषट्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{3\sqrt{3}}{2} (\text{भुजा})^2$ वर्ग इकाई
$$= \frac{3\sqrt{3} \times 7 \times 7}{2}$$

$$= \frac{3 \times 1.732 \times 49}{2}$$

$$= \frac{254.604}{2}$$

$$= 127.302 \text{ वर्ग सेमी}$$

(b) समषट्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{3\sqrt{3}}{2} \times (\text{भुजा})^2$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 9 \times 9$$

$$= \frac{3 \times 1.732 \times 81}{2}$$

$$= 210.438 \text{ वर्ग सेमी।}$$

5. समअष्टभुज का क्षेत्रफल = $2(1 + \sqrt{2})a^2 = 64.95$ वर्ग सेमी।

(a) $= 2(1 + 1.414) \times 8 \times 8$

$$= 2(1 + 1.414) \times 8 \times 8$$

$$= 2 \times 2.414 \times 64 = 308.992 \text{ वर्ग सेमी}$$

(b) $= 2(1 + \sqrt{2})a^2$

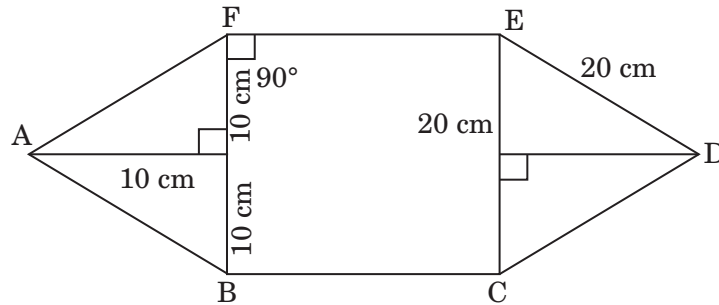
$$= 2(1 + 1.414) \times 5 \times 5$$

$$= 2(2.414) \times 25$$

$$= 2 \times 2.414 \times 25 = 120.7 \text{ वर्ग सेमी}$$

6. निम्नांकित प्रत्येक आवृत्ति द्वारा घेरा गया क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

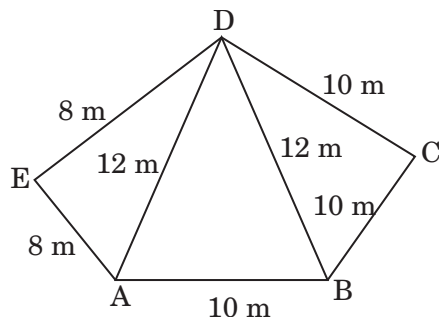
(a) आकृति में 2 समबाहु का क्षेत्रफल + 1 वर्ग का क्षेत्रफल



$$\frac{2 \times \sqrt{3}}{4} \times \text{भुजा}^2 + (\text{भुजा})^2$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 20 \times 20 + 20 + 20 \\
&= 1.732 \times 200 + 400 \\
&= 346.400 + 400 = 746.4 \text{ वर्ग सेमी।}
\end{aligned}$$

(b)



आकृति $ABCDE$ का क्षेत्रफल =

समद्विबाहु $\triangle ADE$ का क्षेत्रफल + समद्विबाहु $\triangle ABD$ का क्षेत्रफल +

समद्विबाहु \triangle का BCD का क्षेत्रफल

$$\text{समद्विबाहु } \triangle \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{a}{4} \sqrt{(4b^2 - a^2)}$$

जहाँ a = समद्विबाहु \triangle की असमान भुजा की लम्बाई।

b = समद्विबाहु \triangle की समान भुजा की लम्बाई।

$$\text{समद्विबाहु } \triangle ADE \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{a}{4} \sqrt{(4b^2 - a^2)}$$

$$= \frac{12}{4} \sqrt{4 \times 8 \times 8 - 12 \times 12}$$

$$= 3\sqrt{256 - 144}$$

$$= 3\sqrt{112}$$

$$= 3\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7}$$

$$= 3 \times 2 \times 2\sqrt{7}$$

$$= 12 \times 2.646$$

$$= 31.752 \text{ वर्ग सेमी}$$

$$\text{समद्विबाहु } \triangle ABD \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{a}{4} \sqrt{(4b^2 - a^2)}$$

2	112
2	56
2	28
2	14
	7

$$\begin{aligned}
&= \frac{10}{4} \sqrt{4 \times 12 \times 12 - 10 \times 10} \\
&= \frac{10}{4} \sqrt{576 - 100} \\
&= \frac{10}{4} \sqrt{476} \\
&= \frac{10}{4} \times 21.82 \\
&= 54.55 \text{ वर्ग सेमी}
\end{aligned}$$

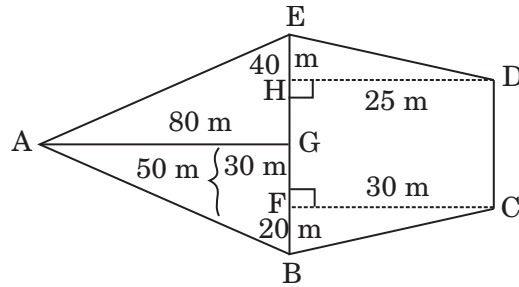
$$\begin{aligned}
\text{समद्विबाहु } \triangle BCD \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{a}{4} \sqrt{(4b^2 - a^2)} \\
&= \frac{12}{4} \sqrt{(4 \times 10 \times 10 - 12 \times 12)} \\
&= \frac{12}{4} \sqrt{400 - 144} \\
&= 3\sqrt{256} \\
&= 3 \times 16 = 48 \text{ वर्ग सेमी}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{पूरी आकृति का क्षेत्रफल} &= 31.752 + 54.55 + 48 \\
&= 134.302 \text{ वर्ग सेमी}
\end{aligned}$$

7. निम्नांकित समषट्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

$$\begin{aligned}
\text{षट्भुज का क्षेत्रफल} &= \frac{3\sqrt{3} (\text{भुजा})^2}{2} \\
&= \frac{3 \times 1.732 \times 13 \times 13}{2} = 439.06 \text{ वर्ग सेमी}
\end{aligned}$$

8. पंचभुजाकार खेत $ABCDE$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाएँ निम्नलिखित हैं-

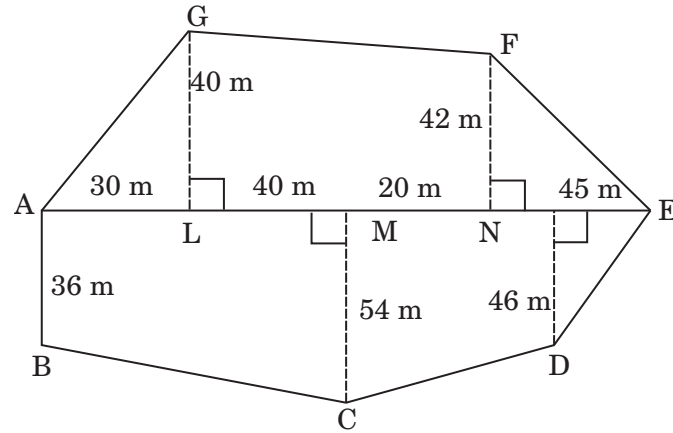


हम जानते हैं कि पंचभुज $ABCDE$ का क्षेत्रफल

= $\triangle ABG$ का क्षेत्रफल + $\triangle AEG$ का क्षेत्रफल + $\triangle EHD$ का क्षेत्रफल
+ BFC का क्षेत्रफल + समलंब $HDGF$ का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times 80 \times 50 + \frac{1}{2} \times 80 \times 70 + \frac{1}{2} \times 40 \times 25 \\
 &\quad + \frac{1}{2} \times 30 \times 20 + \frac{1}{2} (25 + 30) \times 60 \\
 &= 2000 + 2800 + 500 + 300 + 55 \times 30 \\
 &= 2000 + 2800 + 500 + 300 + 1650 \\
 &= 7250 \text{ वर्ग मीटर।}
 \end{aligned}$$

9.



समबहुभुज का क्षेत्रफल =

$\triangle ALG$ का क्षेत्रफल + समलंब $LNFG$ का क्षेत्रफल + $\triangle FNE$ का क्षेत्रफल + समलंब $ABCL$ का क्षेत्रफल + समलंब $LNCS$ का क्षेत्रफल + $\triangle DBE$ का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times 30 \times 40 + \frac{1}{2} (40 + 42) \times 60 + \frac{1}{2} \times 42 \times 45 + \frac{1}{2} (36 + 54) \\
 &\quad \times 70 + \frac{1}{2} (54 + 46) \times 20 + \frac{1}{2} \times 46 \times 45
 \end{aligned}$$

$$= 600 + 2460 + 945 + 3150 + 1000 + 1035$$

$$= 9190 \text{ वर्ग सेमी}$$

गणितीय बौद्धिक कौशल

1. 154 मी^2
2. 70 सेमी
3. 4 सेमी
4. 15 सेमी, 25 सेमी
5. 36 सेमी

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (c)
2. (a)
3. (b)
4. (a)

17

ठोस वस्तुओं का आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल

अभ्यास 17

1. लम्बवृत्तीय बेलन का क्षेत्रफल $= 2\pi rh = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 15$
 $= 660$ वर्ग सेमी
लम्बवृत्तीय बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r(h + r)$
 $= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times (15 + 7)$
 $= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 22 = 968$ वर्ग सेमी।
2. लम्बवृत्ताकार बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$
 $2\pi rh = 88$
व्यास $\times 17 \times 14 = 88$
 \therefore व्यास $= \frac{88}{17 \times 14} = \frac{88 \times 7}{22 \times 14} = 2$
 \therefore व्यास $= 2$ सेमी
3. लम्बवृत्ताकार बेलन का आयतन

$$\begin{aligned}
&= \pi r^2 h \\
&= \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 8 \\
&= 11 \times 28.0 = 308 \text{ घन सेमी}
\end{aligned}$$

4. लम्बवृत्ताकार बेलन का आयतन $= \pi r^2 h = 3000$

$$r^2 = \frac{3000}{\pi r} = \frac{3000 \times 7}{22 \times 20}$$

$$r^2 = \frac{150 \times 7}{22} = \frac{1050}{22}$$

$$r^2 = \frac{525}{11} = 47.12$$

$$r = \sqrt{47.12} = 6.9 = 7 \text{ सेमी।}$$

5. बेलनाकार टंकी का आयतन (धारिता)

$$\pi r^2 h = 2156$$

$$h = \frac{2156}{\pi r^2}$$

$$\therefore \text{व्यास} = 14 \text{ मी}$$

$$\therefore \text{त्रिज्या} = \frac{14}{2} = 7 \text{ मी}$$

$$= \frac{2156 \times 7}{22 \times 7 \times 7}$$

$$= 14 \text{ मीटर।}$$

6. रोलर द्वारा 1 चक्कर में चली गई दूरी = वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 2\pi r h$$

$$100 \text{ चक्करों में चली गई दूरी (वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल)} = 2\pi r h \times 1000$$

$$= \text{व्यास} \times \pi \times h \times 1000 = \frac{84}{100} \times \frac{22}{7} \times \frac{120}{100} \times 1000$$

$$= 3168 \text{ मी}^2$$

7. $\frac{\text{पहले बेलन का आयतन}}{\text{दूसरे बेलन का आयतन}} = \frac{\pi r^2 h}{\pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 h} = \frac{r^2}{\frac{r^2}{4}} = 1 : 4$

$$\begin{aligned}
 8. \quad 1 \text{ बेलनाकार स्तम्भ का वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल} &= 2\pi rh \\
 &= \frac{2 \times 22}{7} \times \frac{48}{100} \times 7 \\
 &= \frac{44 \times 48}{100} \text{ वर्ग सेमी}
 \end{aligned}$$

$$\therefore 12 \text{ बेलनाकार स्तम्भों का वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल} = \frac{44 \times 48 \times 12}{1000} \text{ वर्ग सेमी।}$$

$$\begin{aligned}
 5 \text{ रु० प्रति वर्ग मीटर रोगन कराने का खर्च} &= \frac{44 \times 48 \times 12 \times 5}{100} \\
 &= 1267.20 \text{ रु०}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 9. \quad \text{बेलनाकार कुएँ का आयतन} &= \pi r^2 h \\
 &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 22.5 \\
 &= 3465 \text{ घन मीटर मिट्टी}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{कुएँ का आंतरिक वक्र पृष्ठ} &= 2\pi rh = 2 \times 22 \times 7 \times 22.5 \\
 &= 990 \text{ वर्ग मीटर}
 \end{aligned}$$

$$\text{वक्रिय पृष्ठ को पलस्तर कराने का खर्च} = 990 \times 3 = 2970 \text{ रु०}$$

10. बेलनाकार सिक्के का आयतन

$$\begin{aligned}
 &= \pi r^2 h \\
 &= \pi \times \frac{1.5}{2} \times \frac{1.5}{2} \times 0.2 \text{ घन सेमी}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{बेलन का आयतन} &= \pi r^2 h \\
 &= \pi \times \frac{4.5}{2} \times \frac{4.5}{2} \times 10 \text{ घन सेमी}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{सिक्कों की संख्या} &= \frac{\text{बेलन का आयतन}}{\text{सिक्के का आयतन}} \\
 &= \frac{\pi \times \frac{4.5}{2} \times \frac{4.5}{2} \times 10}{\pi \times \frac{1.5}{2} \times \frac{1.5}{2} \times 0.2} \\
 &= \frac{4.5 \times 4.5 \times 100}{1.5 \times 1.5 \times 2}
 \end{aligned}$$

$$= 3 \times 3 \times 50 = 450 \text{ सिक्के}$$

उत्तर = 450 सिक्के

$$11. \text{ सिलेंडर का आयतन} = \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times \frac{20}{2} \times \frac{20}{2} \times 9 \text{ घन सेमी}$$

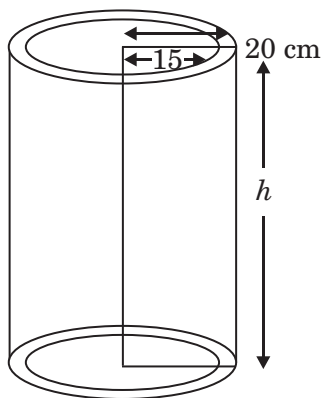
$$\text{घन का आयतन} = a^3 \text{ (भुजा} = a) = 8 \times 8 \times 8 \text{ घन सेमी}$$

$$\begin{aligned} \text{सिलेंडर में पानी की ऊँचाई} &= \frac{\text{सिलेंडर का आयतन}}{\text{घन का आयतन}} \\ &= \frac{22 \times 20 \times 20 \times 9}{7 \times 2 \times 2 \times 8 \times 8 \times 8} \\ &= \frac{19800}{3584} = 5.52 \text{ सेमी।} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12. \text{ पाइप (बेलनाकार) का बाह्य पृष्ठ} &= 2\pi r h = \frac{2 \times 22}{7} \times \frac{70}{200} \times 21 \\ &= 46.2 \text{ वर्ग मीटर} \end{aligned}$$

पाइप की बाह्य सतह पर रंग कराने का खर्च = $46.2 \times 10 = 462.0$ रुपए

$$\begin{aligned} 13. \text{ बेलन का बाह्य आयतन} &= \pi r^2 h \\ &= \pi \times 20 \times 20 \times h = 400\pi h \text{ घन सेमी} \\ \text{बेलन का बाह्य आयतन} &= \pi r^2 h \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &= \pi \times 15 \times 15 \times h = 225\pi h \\ \text{आयतनों में अंतर} &= 400\pi h - 225\pi h = \pi h(400 - 225) \\ &= 175\pi h \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{अब नए बेलन का आयतन} &= \pi r^2 h = 175\pi h \\ r &= \sqrt{175} = 5\sqrt{7} \\ &= 5 \times 2.65 = 13.25 \\ &= 13.3 \text{ सेमी}\end{aligned}$$

14. (a) छत पर गिरने वाले पानी का

$$\begin{aligned}\text{आयतन} &= \text{छत का क्षेत्र} \times \text{ऊँ} \\ &= \text{ल} \times \text{चौ} \times \text{वर्षा की मात्रा} \\ &= 70 \times 44 \times \frac{10}{100} = 308 \text{ घन मीटर।}\end{aligned}$$

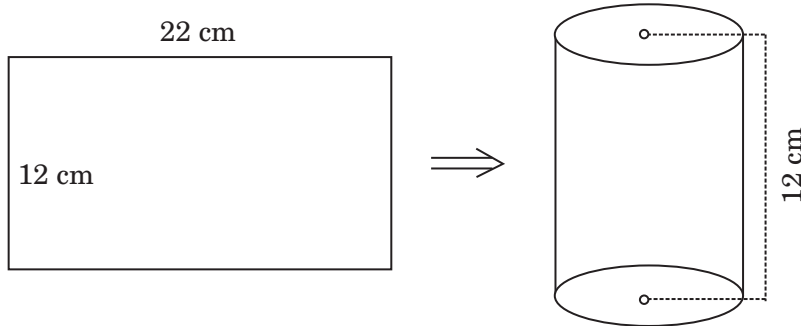
(b) वर्षा के पानी से टंकी में ऊपर उठे पानी का स्तर ($\text{ऊँ} = h$)

$$\begin{aligned}\pi r^2 h &= \text{छत पर पड़े पानी का आयतन} \\ \pi r^2 h &= 308 \\ h &= \frac{308}{\pi r^2} = \frac{308 \times 7}{22 \times 14 \times 14} = \frac{1}{2} = .5 \text{ मीटर}\end{aligned}$$

15. $2\pi r = 22$

$$r = \frac{22}{2\pi} = \frac{22 \times 7}{2 \times 22} = \frac{7}{2} \text{ सेमी}$$

$$\begin{aligned}\text{अब, बेलन का आयतन} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 12 = 462 \text{ घन सेमी।}\end{aligned}$$



गणितीय बौद्धिक कौशल

1. 154 मी^2 2. 70 सेमी 3. 4 सेमी

4. 15 सेमी 25 सेमी

5. 36 सेमी

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (c) 2. (a) 3. (b) 4. (a)

18

आँकड़ा प्रबंधन

अभ्यास 18

- सांख्यिकी वह विज्ञान है जो समूहन, प्रदर्शन, विश्लेषण और संख्यात्मक आँकड़ों में से विविध तथ्य निकालने व्याख्या करना) से संबंधित है।
- निम्नलिखित की परिभाषा लिखिए—
 - प्रेक्षण**— बहुत-से क्षेत्रों में, हमें संख्यात्मक अंकों के रूप में सूचनाओं की आवश्यकता होती है। इस प्रकार के प्रत्येक अंक को एक प्रेक्षण (observation) कहा जाता है।
 - आँकड़े**—प्रेक्षणों के संग्रह को आँकड़े कहते हैं।
 - यथाप्राप्त आँकड़े**— एक प्रेक्षण द्वारा एकत्रित संख्यात्मक प्रेक्षणों को किसी भी तुरंत और प्रत्यक्ष प्रयोग में नहीं लाया जा सकता। यही कारण है कि इन्हें यथाप्राप्त आँकड़े या असमूहित आँकड़े कहा जाता है।
 - बारंबारता**—उपरोक्त स्थिति की तरह से ही, यह प्रायः होता है कि एक आँकड़ों के समूह में कुछ अंक या मापें एक से अधिक बार होते हैं। समूह में प्रत्येक अंक या माप जितनी बार आता है, उसे इसकी बारंबारता कहा जाता है।
- 20 परिवारों में सदस्यों की संख्या- 4, 6, 5, 5, 4, 6, 3, 3, 5, 5, 3, 5, 4, 4, 6, 7, 3, 5, 5, 7

सदस्यों की संख्या	मिलान चिह्न	बारंबारता
3		4
4		4
5		7

6		3
7		2
		योग 20

4. लूडो खेलने के पाशे के परिणाम-

4, 6, 5, 5, 2, 4, 3, 2, 2, 6, 6, 5, 1, 1, 3, 1, 1, 3, 4, 4, 5, 6, 3, 2, 1, 6,
4, 2, 1, 2

बारम्बारता बंटन सारणी

पाशे के परिणाम	मिलान चिह्न	बारम्बारता
1		6
2		6
3		4
4		5
5		4
6		5
		योग = 30

5. 15 विद्यार्थियों की ऊँचाइयों के आँकड़े- (सेमी में)

83, 63, 72, 61, 80, 92, 81, 85, 61, 92, 80, 82, 80, 67, 85

बारम्बारता बंटन की सारणी

ऊँचाई (वर्ग अंतराल)	मिलान चिह्न	बारम्बारता
60 - 70		4
70 - 80		1

80 – 90	⌘	8
90 – 100		2
		योग = 15

6. परीक्षा में 40 विद्यार्थियों के एक समूह द्वारा प्राप्त अंक-
बारम्बारता बंटन सारणी

प्राप्त अंकों का वर्ग अन्तराल	मिलान चिह्न	बारम्बारता
10 – 15		1
15 – 20	⌘	8
20 – 25	⌘	5
25 – 30	⌘	8
30 – 35	⌘	5
35 – 40	⌘	8
40 – 50	⌘	5
		योग = 40

- 7.

वर्ग अन्तराल	मिलान चिह्न	बारम्बारता
30 – 40	⌘	6
40 – 50	⌘	8
50 – 60	⌘	7

60 – 70		6
70 – 80		2
80 – 90		2
90 – 100		4
		योग = 35

8.

वर्ग अन्तराल	मिलान चिह्न	बारम्बारता
40 – 45		5
45 – 50		7
50 – 55		11
55 – 60		7
60 – 65		5
		योग = 35

गणितीय बौद्धिक कौशल

1. आँकड़े
2. बारम्बारता बंटन
3. समूहित आँकड़े
4. वर्ग अन्तराल
5. वर्ग चिह्न

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (a)
2. (b)
3. (c)
4. (d)
5. (a)

19 आँकड़ों का चित्रात्मक निरूपण

अभ्यास 19 A

- स्वयं करें।
- स्वयं करें।
- स्वयं करें।
- (a) यह एक कक्षा के 20 विद्यार्थियों की ऊँचाई का वर्णन करता है।
(b) 155 सेमी
(c) 11 विद्यार्थी (d) 3 विद्यार्थी
- (a) 12 (b) 13 मैच
(c) 8 मैच (d) 4 मैच
- (a) 30-35, 7 (b) 6
(c) 5
(d) 20-25, 25-30, 30-35, 35-50, 40-45, 45-50

अभ्यास 19 B

- L. E. D की मासिक बिक्री की तालिका-

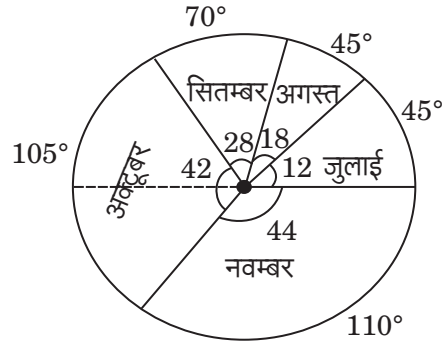
माह	जुलाई	अगस्त	सितम्बर	अक्टूबर	नवम्बर
बिक्री	12	18	28	42	44

उत्तर—

माह	बिक्री	कोण
जुलाई	12	$\frac{12 \times 360}{144} = 30^\circ$
अगस्त	18	$\frac{18 \times 360}{144} = 45^\circ$
सितम्बर	28	$\frac{28 \times 360}{144} = 70^\circ$

अक्टूबर	42	$\frac{42 \times 360}{144} = 105^\circ$
नवम्बर	44	$\frac{44 \times 360}{144} = 110^\circ$

5 माह में कुल बिक्री = 12 + 18 + 28 + 42 + 44 = 144



2. ऊपर की तरह ही इस प्रश्न को हल करें।
3. (a) सरिया पर खर्च = $\frac{540000 \times 45}{360} = 67,500$ रु०
सीमेंट पर खर्च = $\frac{540000 \times 75}{360} = 112500$ रु०
(b) लड़की पर होने वाला खर्च = $\frac{540000 \times 90}{360} = 13500$ रु०
ईंटों पर होने वाला खर्च = $\frac{540000 \times 50}{360} = 75000$ रु०
लकड़ी और ईंटों पर खर्च होने वाला अन्तर
= 135000 - 75000 = 60,000 रु०
4. यहाँ दिखाया गया वृत्त-आरेख एक भारतीय राज्य के वार्षिक कृषि उत्पादन को प्रदर्शित करता है। यदि सभी उत्पादों का कुल उत्पादन 81000 टन हो तो निम्नलिखित का उत्पादन (टन में) ज्ञात कीजिए -
(a) गेहूँ (b) चीनी
(c) चावल (d) मक्का
(e) चना

(a) गेहूँ का उत्पादन = $\frac{81000 \times 120^\circ}{360^\circ} = 27000$ टन

(b) चीनी का उत्पादन = $\frac{81000 \times 100^\circ}{360^\circ} = \frac{90000}{4}$
= 22500 टन

(c) चावल का उत्पादन = $\frac{81000 \times 60^\circ}{360^\circ} = 13500$ टन

(d) मक्का का उत्पादन = $\frac{81000 \times 30^\circ}{360^\circ} = \frac{81000}{12}$
6750 टन

(e) चना का उत्पादन = $\frac{81000 \times 50^\circ}{360^\circ} = \frac{45000}{4}$
= 11250 टन

गणितीय बौद्धिक कौशल

1. आयत चित्र
2. सेमी एकविमीय
3. पाई चार्ट
4. 360°

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (b)
2. (b)
3. (b)
4. (b)

20

प्रायिकता

अभ्यास 20

1. एक खरे पासे को उछाला जाता है। निम्नलिखित के प्राप्त होने की प्रायिकता क्या है :

(a) $\frac{3}{6}$ या $\frac{1}{2}$

(b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{2}$

(d) $\frac{1}{3}$

2. तीन खरे पासों को एक साथ उछाला जाता है। निम्नलिखित के प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

- (a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{3}{8}$
(c) $\frac{3}{8}$ (d) $\frac{4}{8}$ या $\frac{1}{2}$

3. $\frac{9}{25}$

4. एक 52 पत्तों की ताश की गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है, 52 पत्तों में से प्रत्येक की निकाले जाने की समान संभावनाएँ हैं। निम्नलिखित की प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि खींचा गया पत्ता

- (a) $\frac{1}{13}$ (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{7}{13}$ (d) $\frac{3}{13}$
(e) $\frac{3}{26}$

5. थैले में गेंदों की कुल संख्या = $9 + 7 = 16$

थैले में 7 सफेद गेंद हैं।

∴ अनुकूल प्रारंभिक घटनाओं की संख्या = 7

$$\begin{aligned} \text{निकाली गई गेंद के सफेद न होने की प्रायिकता} &= \frac{\text{सफेद गेंदों की संख्या}}{\text{कुल गेंदें}} \\ &= \frac{7}{16} \end{aligned}$$

6. थैले में लाल गेंदों की संख्या = 6

थैले में काली गेंदों की संख्या = 9

थैले में सफेद गेंदों की संख्या = 5

थैले में गेंदों की कुल संख्या = $6 + 9 + 5 = 20$

$$\text{निकाली गई गेंदों के सफेद न होने की प्रायिकता} = \frac{6 + 9}{20} = \frac{15}{20}$$

7. सम्भव तरीकों से पासे को लुटकाया जा सकता है। इसलिए इस पासे को लुटकाने के यादृच्छिक प्रयोग से जुड़ी प्रारंभिक घटनाएँ 6 हैं।

- (a) 1, 2, 3, 4, 5, 6 के बीच 1 व 6 का योग 7 एक विषय योग है।
 \therefore (1, 6), (3, 6), (5, 6), (2, 5), (4, 5), (1, 4), (3, 4)
 (5, 4), (2, 3), (4, 3), (6, 3), (1, 2), (3, 2), (5, 2), (2, 1), (4, 1)
 (6, 1)
- (b) विषय योग $3 + 6 = 9$ प्राप्त होने की प्रायिकता $\left(3 / 6 = \frac{1}{2}\right)$ है।
- (c) (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)
- (d) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{4} = 1, \frac{5}{3}, \frac{6}{2} = 3$

8. एक चरखी पर 1 से 10 तक की संख्याएँ अंकित हैं। निम्नलिखित की प्रायिकता क्या है-

- (a) $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ (b) $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ (c) $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

गणितीय बौद्धिक कौशल

1. (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{13}$ (c) $\frac{1}{26}$ (d) $\frac{1}{52}$
2. (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{6}$
3. (a) $\frac{5}{12}$ (b) $\frac{7}{12}$
4. $\frac{147}{150}$

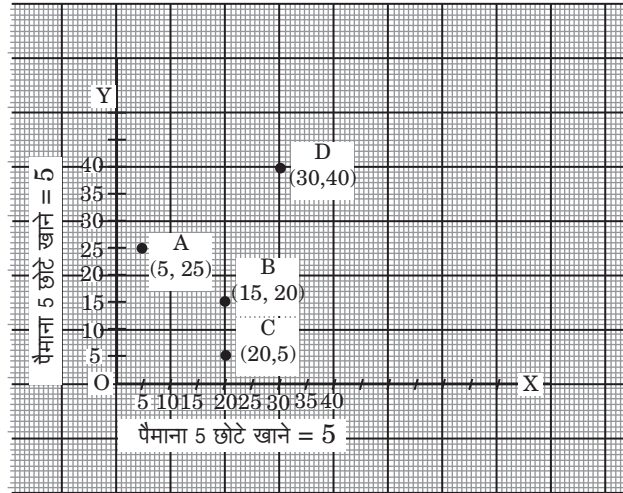
बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (b) 2. (a) 3. (c)
4. (a) 5. (a)

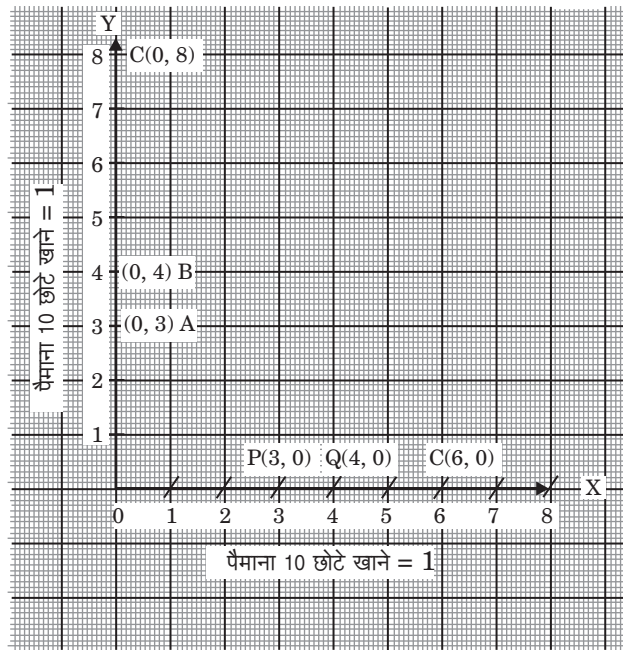
21 ग्राफ (रेखाचित्र) का परिचय

अभ्यास 21

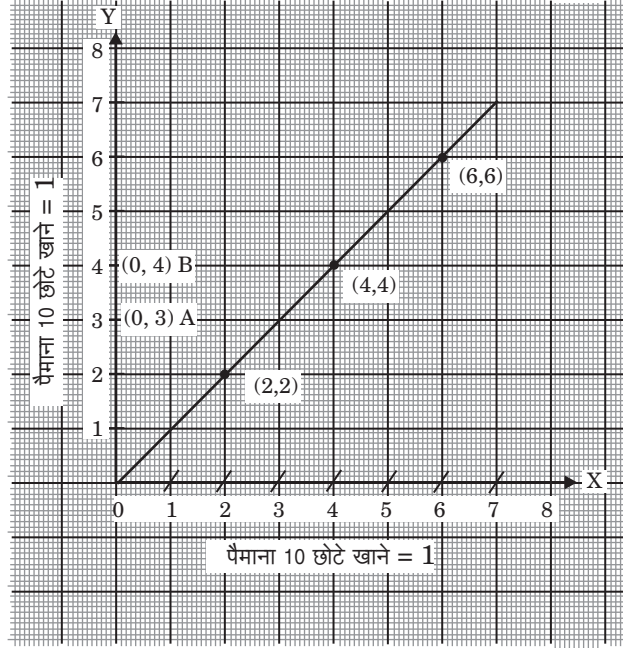
1.



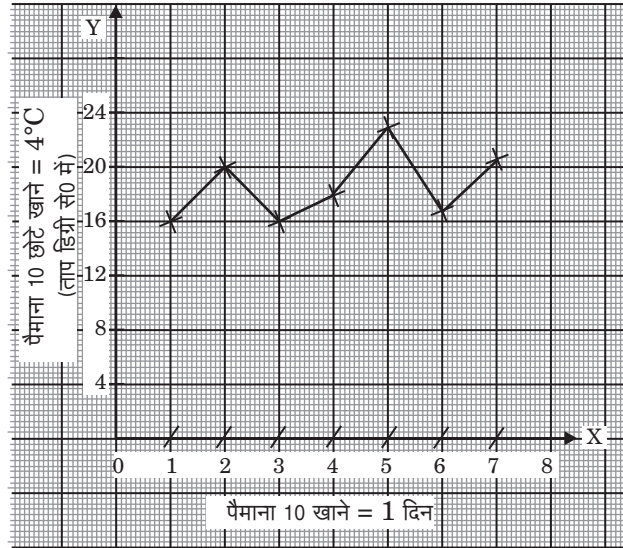
2.



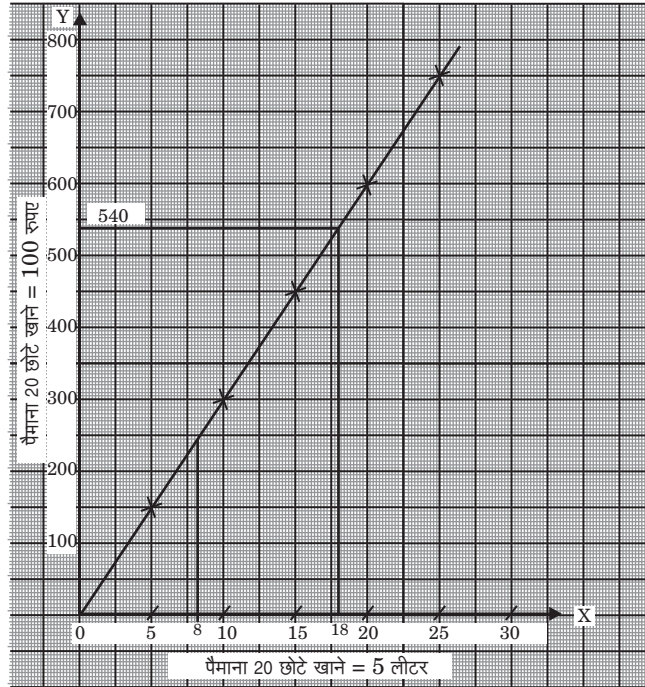
3.



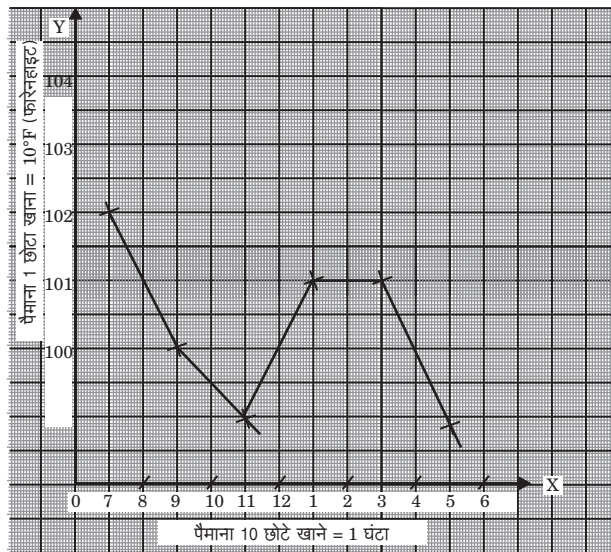
4.



5.



6.



7. (a) 2004 में

(b) 2010 में